

3章 方程式

3-1 方程式とその解

● 方程式とは？

小学生のときに $\square + 4 = 7$, $\square - 4 = 7$
 $\square \times 4 = 8$, $\square \div 4 = 8$
 などの \square の値を考えました。

この \square を文字の x などと表して、 x の値を求める
 というのがこの単元です。

例えば $x + 4 = 7$, このときの x の値は 3 ($x = 3$)
 \hookrightarrow 方程式 \hookrightarrow 解

$x + 4 = 7$ のような式を **方程式** といい、
 方程式を成り立たせる値を、方程式の **解** といいます。

<例1> 1, 2, 3のうち、方程式 $4x - 8 = 0$ の
 解はどれですか。

左辺の x にその数を代入して、左辺と右辺の値が
 等しくなるものが解です。

$$x = 1 \text{ のとき } 4x - 8 = 4 \times 1 - 8 = -4 \quad \leftarrow 0 \text{ ではない}$$

$$x = 2 \text{ のとき } 4x - 8 = 4 \times 2 - 8 = \square$$

$$x = 3 \text{ のとき } 4x - 8 = 4 \times \square - 8 = \square \quad \leftarrow 0 \text{ ではない}$$

したがって $x = 2$ のとき、等式は成り立つので

解は 2

3章 方程式

3-1 方程式とその解

解答

● 方程式とは？

小学生のときに $\square + 4 = 7$, $\square - 4 = 7$
 $\square \times 4 = 8$, $\square \div 4 = 8$
 などの \square の値を考えました。

この \square を文字の x などと表して、 x の値を求める
 というのがこの単元です。

例えば $x + 4 = 7$, このときの x の値は 3 ($x = 3$)
↓方程式 ↓解

$x + 4 = 7$ のような式を **方程式** といい、
 方程式を成り立たせる値を、方程式の **解** といいます。

<例1> 1, 2, 3のうち、方程式 $4x - 8 = 0$ の
 解はどれですか。

左辺の x にその数を代入して、左辺と右辺の値が
 等しくなるものが解です。

$x = 1$ のとき $4x - 8 = 4 \times 1 - 8 = -4$ ← 0ではない

↑ 代入 ↑

$x = 2$ のとき $4x - 8 = 4 \times 2 - 8 = 0$

↑ 代入 ↑

$x = 3$ のとき $4x - 8 = 4 \times 3 - 8 = 4$ ← 0ではない

↑ 代入 ↑

したがって $x = 2$ のとき、等式は成り立つので

解は 2

問1

-1, 0, 1のうち, 方程式 $3x - 5 = -2$ の解はどれですか。

問2

次の方程式で, -4が解であるものはどれですか。

① $2x - 4 = 1$

② $-x - 12 = 2x$

③ $4x = 1 + 3x$

④ $3x + 8 = x$

● 等式の性質

方程式の解を求めることを, 方程式を解く といいます。
 方程式を解くには, もとの方程式を $x = \square$ の形にします。
 このような形にするには, 次の 等式の性質 を使います。

— 等式の性質 —

① 等式の両辺に同じ数や式を加えても等式は成り立つ。

② 等式の両辺から同じ数や式をひいても等式は成り立つ。

③ 等式の両辺に同じ数をかけても等式は成り立つ

④ 等式の両辺を同じ数でわっても等式は成り立つ

⑤ 等式の両辺を入れかえても等式は成り立つ

$A = B$ のとき

①	$A + C = B + C$
②	$A - C = B - C$
③	$A \times C = B \times C$
④	$A \div C = B \div C$
⑤	$B = A$

問1

-1, 0, 1のうち、方程式 $3x - 5 = -2$ の

解はどれですか。 $x = -1$ のとき $3x - 5 = 3 \times (-1) - 5 = -8$

$x = 0$ のとき $3x - 5 = 3 \times 0 - 5 = -5$

$x = 1$ のとき $3x - 5 = 3 \times 1 - 5 = -2$

□

問2

次の方程式で、-4が解であるものはどれですか。

② ④

① $2x - 4 = 1$

左辺 $2 \times (-4) - 4 = -12$

右辺 1

X

② $-x - 12 = 2x$

左辺 $-(-4) - 12 = -8$

右辺 $2 \times (-4) = -8$

左辺 = 右辺

③ $4x = 1 + 3x$

左辺 $4 \times (-4) = -16$

右辺 $1 + 3 \times (-4) = -11$

X

④ $3x + 8 = x$

左辺 $3 \times (-4) + 8 = -4$

右辺 -4

左辺 = 右辺

等式の性質

方程式の解を求めることを、方程式を解くとします。

方程式を解くには、もとの方程式を $x = \square$ の形にします。

このような形にするには、次の等式の性質を使います。

等式の性質

① 等式の両辺に同じ数や式を加えても等式は成り立つ。

② 等式の両辺から同じ数や式をひいても等式は成り立つ。

③ 等式の両辺に同じ数をかけても等式は成り立つ

④ 等式の両辺を同じ数でわっても等式は成り立つ

⑤ 等式の両辺を入れかえても等式は成り立つ

$A = B$ のとき

①	$A + C = B + C$
②	$A - C = B - C$
③	$A \times C = B \times C$
④	$A \div C = B \div C$
⑤	$B = A$

方程式を、等式の性質を使って解きましょう。

<例2> 次の方程式を解きましょう。

(1) $x - 3 = 6$

(2) $x + 4 = -2$

(1) 左辺を x だけにするために 両辺に 3 をたす。

$$\begin{array}{l}
 x - 3 = 6 \\
 x - 3 + 3 = 6 \quad \boxed{} \quad \leftarrow \text{等式の性質 ①} \\
 \hline
 x = \boxed{} \quad \leftarrow \text{同じ数をたす}
 \end{array}$$

* $x = 9$ が方程式 $x - 3 = 6$ の解になっていることを
 9 を $x - 3 = 6$ の x に代入して確かめよう。

(2) 左辺を x だけにするために 両辺から 4 をひく

$$\begin{array}{l}
 x + 4 = -2 \\
 x + 4 \boxed{} = -2 \boxed{} \quad \leftarrow \text{等式の性質 ②} \\
 \hline
 x = \boxed{} \quad \leftarrow \text{同じ数をひく}
 \end{array}$$

(注) 計算式を書くときは「=」を縦にそろえて書きます。

問3 次の方程式を解きましょう。

(1) $x - 7 = 6$

(2) $x + 4 = 12$

(3) $6 + x = -5$

(4) $y - 1 = -4$

方程式を、等式の性質を使って解きましょう。

〈例2〉 次の方程式を解きましょう。

(1) $x - 3 = 6$

(2) $x + 4 = -2$

(1) 左辺を x だけにするために 両辺に 3 をたす。

$$x - 3 = 6$$

$$x - 3 + 3 = 6 + 3$$

等式の性質①

→ 同じ数をたす

$$x = 9$$

* $x = 9$ が方程式 $x - 3 = 6$ の解になっていることを
9 を $x - 3 = 6$ の x に代入して確かめよう。

(2) 左辺を x だけにするために 両辺から 4 をひく

$$x + 4 = -2$$

$$x + 4 - 4 = -2 - 4$$

等式の性質②

→ 同じ数をひく

$$x = -6$$

(注) 計算式を書くときは「=」を縦にそろえて書きます。

問3 次の方程式を解きましょう。

(1) $x - 7 = 6$

$x - 7 + 7 = 6 + 7$

$x = 13$

(2) $x + 4 = 12$

$x + 4 - 4 = 12 - 4$

$x = 8$

(3) $6 + x = -5$

$6 + x - 6 = -5 - 6$

$x = -11$

(4) $y - 1 = -4$

$y - 1 + 1 = -4 + 1$

$y = -3$

<例3>

次の方程式を解きましょう。

(1) $\frac{1}{4}x = 6$

(2) $2x = -6$

(1) 左辺を x だけにするために、

両辺に分母の 4 をかける → 分数のときは、逆数をかける

$$\frac{1}{4}x = 6$$

$$\frac{1}{4}x \boxed{} = 6 \boxed{}$$

等式の性質③

同じ数をかける

$$x = \boxed{}$$

(2) 左辺を x だけにするために、両辺を 2 でわる。

$$2x = -6$$

$$\frac{2x}{\underline{2}} = \frac{-6}{\boxed{}}$$

等式の性質④

同じ数でわる

$$x = \boxed{}$$

問4

次の方程式を解きましょう。

(1) $\frac{1}{5}x = 3$

(2) $3x = -15$

(3) $\frac{2}{3}x = -6$

(4) $-6x = 2$

<例3> 次の方程式を解きましょう。

(1) $\frac{1}{4}x = 6$

(2) $2x = -6$

(1) 左辺を x だけにするために、

両辺に分母の 4 をかける → 分数のときは、逆数をかける

$$\frac{1}{4}x = 6$$

$$\frac{1}{4}x \boxed{\times 4} = 6 \boxed{\times 4}$$

等式の性質 ③

同じ数をかける

$$x = \boxed{24}$$

(2) 左辺を x だけにするために、両辺を 2 でわる。

$$2x = -6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{\boxed{2}}$$

等式の性質 ④

同じ数でわる

$$x = \boxed{-3}$$

問4 次の方程式を解きましょう。

(1) $\frac{1}{5}x = 3$

$$\frac{1}{5}x \times 5 = 3 \times 5$$

$$x = 15$$

(2) $3x = -15$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-15}{3}$$

$$x = -5$$

(3) $\frac{2}{3}x = -6$

$$\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = -6 \times \frac{3}{2}$$

$$x = -9$$

(4) $-6x = 2$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{2}{-6}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

補充問題 A

1. 次の方程式で、6が解であるものはどれですか。

$$\textcircled{3} \quad x + 5 = 1$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{x}{6} = 1$$

$$\textcircled{7} \quad 2x - 1 = 11$$

$$\textcircled{11} \quad 2x + 4 = 3x$$

2. 次の方程式を解きなさい。

また、そのときに使った等式の性質も答えなさい。

$$(1) \quad x - 4 = 10$$

$$(2) \quad x + 2 = 7$$

$$(3) \quad x + 0.3 = -1.2$$

$$(4) \quad \frac{x}{5} = -6$$

$$(5) \quad -7x = 21$$

$$(6) \quad -3x = -3$$

$$(7) \quad -\frac{1}{8}x = 4$$

$$(8) \quad 5x = -13$$

補充問題 A

1. 次の方程式で、6が解であるものはどれですか。

イ ウ

㉑ $x + 5 = 1$

㉒ $\frac{x}{6} = 1$

㉓ $2x - 1 = 11$

㉔ $2x + 4 = 3x$

2. 次の方程式を解きなさい。

また、そのときに使った等式の性質も答えなさい。

(1) $x - 4 = 10$

$x = 14$

$A + C = B + C$

(2) $x + 2 = 7$

$x = 5$

(両辺に同じ数をたしても等式は成り立つ) $A - C = B - C$

(3) $x + 0.3 = -1.2$

$x = -1.5$

$A - C = B - C$

(4) $\frac{x}{5} = -6$

$x = -30$

$A \times C = B \times C$

(5) $-7x = 21$

$x = -3$

$\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

(6) $-3x = -3$

$x = 1$

$\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

(7) $-\frac{1}{8}x = 4$

$x = -32$

$A \times C = B \times C$

✕T>17

$\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

(8) $5x = -13$

$x = -\frac{13}{5}$

$\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

($A \times C = B \times C$
 $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ とどちらでも可)

補充問題 B

1. 次の方程式は \square の等式の性質のうち、どれを使って解いているか。〔 〕にあてはまる等式の性質を選び、記号で答えなさい。

$$(1) \begin{array}{l} 5x + 7 = -8 \\ 5x = -15 \\ x = -3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} [] \\ [] \\ [] \end{array} \right.$$

$$(2) \begin{array}{l} \frac{x}{2} - 4 = 6 \\ \frac{x}{2} = 10 \\ x = 20 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} [] \\ [] \\ [] \end{array} \right.$$

ア. $A = B$ ならば
 $A + C = B + C$

イ. $A = B$ ならば
 $A - C = B - C$

ウ. $A = B$ ならば
 $A \times C = B \times C$

エ. $A = B$ ならば
 $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

2. 次の方程式を解きなさい。

$$(1) x - 8 = -9$$

$$(2) 6 + x = 1$$

$$(3) x + \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$(4) x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$(5) -\frac{x}{8} = 9$$

$$(6) -\frac{3}{4}x = -6$$

$$(7) 0.9x = -4.5$$

$$(8) -10x = 5$$

補充問題 B

1. 次の方程式は \square の等式の性質のうち、どれを使って解いているか。〔 〕にあてはまる等式の性質を選び、記号で答えなさい。

$$(1) \begin{aligned} 5x + 7 &= -8 \\ 5x &= -15 \\ x &= -3 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{〔イ〕} \\ \text{〔エ〕} \end{array}$$

$$(2) \begin{aligned} \frac{x}{2} - 4 &= 6 \\ \frac{x}{2} &= 10 \\ x &= 20 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{〔ア〕} \\ \text{〔ウ〕} \end{array}$$

ア. $A=B$ ならば $A+C=B+C$	イ. $A=B$ ならば $A-C=B-C$
ウ. $A=B$ ならば $A \times C=B \times C$	エ. $A=B$ ならば $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$

2. 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{aligned} x - 8 &= -9 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} 6 + x &= 1 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} x + \frac{2}{5} &= -\frac{1}{5} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$(4) \begin{aligned} x - \frac{1}{3} &= \frac{1}{2} \\ x &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$(5) \begin{aligned} -\frac{x}{8} &= 9 \\ x &= -72 \end{aligned}$$

$$(6) \begin{aligned} -\frac{3}{4}x &= -6 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$(7) \begin{aligned} 0.9x &= -4.5 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$(8) \begin{aligned} -10x &= 5 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$