1章 式の計算

1-3 式による説明／等式の変形

問 4, 5, 6 のように，連続する3つの整数の和は 3の倍数になります。

確かに 4＋5＋6＝15 で 3の倍数ですが，これでは

すべての数で成り立つ説明にはなりません。

すべての数で成り立つことを説明するために文字を使って説明します。

① 式による説明

上の 問 を 文字を使って 説明します.

連続する3つの整数のうち，まん中の整数を n とすると

何を文字で表すか 決める

連続する3つの整数は

$n-1$, n , $\boxed{}$

1つずつ大きくなりますね

と表される.

したがって それらの和は

$$(n-1)+n+(n+1)$$

かっこをはずして整理する

$$=\boxed{}$$

n は整数だから，$3n$ は 3の倍数である.

したがって，連続する3つの整数の和は 3の倍数になる.

問1 上の問を，いちばん小さい整数を n として説明しましょう。

● 連続する3つの整数のうち，いちばん小さい整数を n とすると

連続する3つの整数は

n, $\boxed{}$, $\boxed{}$ と表される.

したがってそれらの和は

$$n+(\boxed{})+(\boxed{})$$

$$=3n+\boxed{}$$

分配法則の逆

$$=3(\boxed{})$$

$n+1$ は整数だから，$3(n+1)$ は 3の倍数である.

したがって 連続する3つの整数の和は 3の倍数になる.

1章 式の計算　1-3 式による説明／等式の変形

(問) 4, 5, 6 のように，連続する3つの整数の和は 3の倍数になります。

確かに $4+5+6=15$ で 3の倍数ですが，これでは

すべての数で成り立つ説明にはなりません。

すべての数で成り立つことを説明するために文字を使って説明します。

① 式による説明

上の(問)を文字を使って説明します。

連続する3つの整数のうち，まん中の整数を n とすると

何を文字で表すか決める

連続する3つの整数は

$n-1$，n，$\boxed{n+1}$　1つずつ大きくなりますね

と表される。

したがってそれらの和は

$$(n-1)+n+(n+1)$$

かっこをはずして整理する

$$=\boxed{3n}$$

n は整数だから，$3n$ は 3の倍数である。

したがって，連続する3つの整数の和は 3の倍数になる。

問1　上の問を，いちばん小さい整数を n として説明しましょう。

- 連続する3つの整数のうち，いちばん小さい整数を n とすると

連続する3つの整数は

n，$\boxed{n+1}$，$\boxed{n+2}$ と表される。

したがってそれらの和は

$$n+(\boxed{n+1})+(\boxed{n+2})$$

$$=3n+\boxed{3}$$

分配法則の逆

$$=3(\boxed{n+1})$$

$n+1$ は整数だから，$3(n+1)$ は 3の倍数である。

したがって 連続する3つの整数の和は 3の倍数になる。

連続する3つの整数　nを整数とするとき

いちばん小さい整数をnとすると　$n, n+1, n+2$

まん中の整数をnとすると　$n-1, n, n+1$　→これが一番楽!

いちばん大きい整数をnとすると　$n-2, n-1, n$

●の倍数　●×整数　(m, nを整数とするとき)

3の倍数 --- $3m$, $3n$, $3\times$(多項式)

5の倍数 --- $5m$, $5n$, $5\times$(多項式)

問2　次の式はどんな数を表していますか。

(1) $6n$　　(2) $2m$　　(3) $2n-1$

問3　5つの続いた整数の和は，5の倍数になる。
このわけをまん中の整数をnとして説明しましょう。

〈例〉2けたの整数と，その数の十の位と一の位の数を入れかえた自然数の和は，11の倍数になります。
このわけを，文字を使って説明しましょう。

34 → 43
34+43
=77 (← 11×7)

2けたの整数の十の位をx，一の位をyとすると

はじめの数は　$10x+y$　← 10の位がx，1の位がy

入れかえた数は　$\boxed{}$　← 10の位がy，1の位がx

と表される．したがって，それらの和は

$$(10x+y)+(10y+x)=11x+11y$$
$$=11(\boxed{})$$

$x+y$は整数だから，$11(x+y)$は11の倍数である．

したがって　$\boxed{}$

連続する3つの整数

nを整数とするとき

いちばん小さい整数をnとすると　$n, n+1, n+2$

まん中の整数をnとすると　$n-1, n, n+1$　← これが一番楽！

いちばん大きい整数をnとすると　$n-2, n-1, n$

●の倍数

●×整数　(m, nを整数とするとき)

3の倍数 --- $3m$, $3n$, $3\times$(多項式)

5の倍数 --- $5m$, $5n$, $5\times$(多項式)

問2 次の式はどんな数を表していますか。

(1) $6n$　6の倍数　(2) $2m$　偶数　(3) $2n-1$　奇数

問3 5つの続いた整数の和は，5の倍数になる。

このわけをまん中の整数をnとして説明しましょう。

連続する5つの続いた整数を　$n-2$, $n-1$, n, $n+1$, $n+2$ とすると

それらの和は　$(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=5n$

nは整数だから$5n$は5の倍数。

したがって5つの続いた整数の和は，5の倍数になる

〈例〉2けたの整数と，その数の十の位と一の位の数を入れかえた自然数の和は，11の倍数になります。このわけを，文字を使って説明しましょう。

$34 \to 43$
$34+43$
$=77$ (← 11×7)

2けたの整数の十の位をx，一の位をyとすると

はじめの数は　$10x+y$　← 10の位がx，1の位がy

入れかえた数は　$\boxed{10y+x}$　← 10の位がy，1の位がx

と表される。したがって，それらの和は

$$(10x+y)+(10y+x)=11x+11y$$
$$=11(\boxed{x+y})$$

$x+y$は整数だから，$11(x+y)$は11の倍数である。

したがって　2けたの整数とその数の十の位と一の位を入れかえた自然数の和は，11の倍数になる

問4 2けたの自然数と，その数の十の位と一の位の数を入れかえた数の差は9の倍数になる。
このわけを，文字を使って説明しましょう。

② 等式の変形

$a+b=3$ ， $a=3-b$ ， $b=3-a$

この3つの式はすべて同じ意味です。

等式を変形して，ある文字について解くことを**等式の変形**といい，

$x=\sim$ の形にするとき，**xについて解く**といいます。

<例1> 次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。

(1) $3x+4=5y$ 〔x〕 (2) $2x-4y=6$ 〔x〕

方程式と解き方は同じですよ！

(1) $3x\underbrace{+4}_{移項}=5y$

$3x=5y\boxed{}$

両辺を3でわる

$x=\frac{5}{3}y\boxed{}$

これでOK！

$x=\frac{5y-4}{3}$ でも良い

(2) $2x\underbrace{-4y}_{移項}=6$

$2x=\boxed{}+6$

両辺を2でわる

$x=\boxed{}+3$

この場合 $x=\frac{4y+6}{2}$ は不可！

問4　2けたの自然数と，その数の十の位と一の位の数を入れかえた数の差は 9 の倍数になる。
このわけを，文字を使って説明しましょう。

2けたの整数の十の位を x，一の位を y とすると
はじめの数は $10x+y$，入れかえた数は $10y+x$ と表される。
それらの差は
$$
\begin{aligned}
&(10x+y)-(10y+x)\\
&=9x-9y\\
&=9(x-y)
\end{aligned}
$$
$x-y$ は整数だから，$9(x-y)$ は 9の倍数である。
したがって 2けたの自然数とその数の十の位と一の位の数を入れかえた数の差は 9の倍数になる

② 等式の変形

$a+b=3$ ，$a=3-b$ ，$b=3-a$

この3つの式は すべて 同じ意味です。

等式を変形して，ある文字について解くことを**等式の変形**といい，
$x=\sim$ の形にするとき，**xについて解く**といいます。

〈例1〉次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。
(1) $3x+4=5y$ 〔x〕　(2) $2x-4y=6$ 〔x〕

方程式と解き方は同じですよ！

(1) $3x\underline{+4}=5y$
移項
$3x=5y\boxed{-4}$
両辺を3でわる
$x=\frac{5}{3}y\boxed{-\frac{4}{3}}$
これでOK！
$x=\frac{5y-4}{3}$ でも良い

(2) $2x\underline{-4y}=6$
移項
$2x=\boxed{4y}+6$
両辺を2でわる
$x=\boxed{2y}+3$
この場合 $x=\frac{4y+6}{2}$ は不可！

問1 次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。

(1) $x+2y=5$ 〔y〕　(2) $3x-4y+2=0$ 〔y〕

(3) $abc=5$ 〔a〕　(4) $\ell=2(a+b)$ 〔a〕

左辺と右辺を入れかえよう.

〈例2〉 $\frac{1}{2}xy=7$ をyについて解きましょう。

分数がふくまれる時は,分母を数を両辺にかける!

$$\frac{1}{2}xy=7$$
両辺に2をかける.
$$xy=\boxed{}$$
両辺をxでわる
$$y=\boxed{}$$

問2 次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。

(1) $V=\frac{1}{3}a^2h$ 〔h〕　(2) $b=\frac{3a-4}{2}$ 〔a〕

解く文字を左辺にするため,左辺と右辺を入れかえよう!

問1　次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。

(1) $x+2y=5$ 〔y〕

$2y=-x+5$

$y=\frac{-x+5}{2}$ $\left(y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)$

(2) $3x-4y+2=0$ 〔y〕

$-4y=-3x-2$

$y=\frac{3x+2}{4}$ $\left(y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}\right)$

(3) $abc=5$ 〔a〕

$a=\frac{5}{bc}$

(4) $\ell=2(a+b)$ 〔a〕

左辺と右辺を入れかえよう.

$2(a+b)=\ell$

$a+b=\frac{\ell}{2}$

$a=\frac{\ell}{2}-b$ $\left(a=\frac{\ell-2b}{2}\right)$

〈例2〉 $\frac{1}{2}xy=7$ をyについて解きましょう。

分数がふくまれる時は，分母を数を両辺にかける！

$\frac{1}{2}xy=7$

両辺に2をかける.

$xy=\boxed{14}$

両辺をxでわる

$y=\boxed{\frac{14}{x}}$

問2　次の等式を〔 〕の中の文字について解きましょう。

(1) $V=\frac{1}{3}a^2h$ 〔h〕

(2) $b=\frac{3a-4}{2}$ 〔a〕

解く文字を左辺にするため，左辺と右辺を入れかえよう！

$\frac{1}{3}a^2h=V$

$a^2h=3V$

$h=\frac{3V}{a^2}$

$\frac{3a-4}{2}=b$

$3a-4=2b$

$3a=2b+4$

$a=\frac{2b+4}{3}$

補充問題A

等式の変形

次の等式を〔 〕の中の文字について解きなさい。

(1) $x - y = 5$ 〔y〕

(2) $4a + 2b = 50$ 〔b〕

(3) $\ell = 2\pi r$ 〔r〕

(4) $S = \frac{1}{2}ah$ 〔h〕

(5) $\ell = 8a + 4b$ 〔b〕

(6) $6x - 3y = 12$ 〔y〕

(7) $V = \pi r^2 h$ 〔h〕

(8) $p = 3(1 + r)$ 〔r〕

(9) $m = \frac{a + b}{2}$ 〔a〕

(10) $S = \frac{1}{2}(a + b)h$ 〔a〕

補充問題A

等式の変形

次の等式を〔 〕の中の文字について解きなさい。

(1) $x-y=5$ 〔y〕

$y=x-5$

(2) $4a+2b=50$ 〔b〕

$2b=-4a+50$

$b=-2a+25$

(3) $\ell=2\pi r$ 〔r〕

$r=\dfrac{\ell}{2\pi}$

(4) $S=\dfrac{1}{2}ah$ 〔h〕

$ah=2S$

$h=\dfrac{2S}{a}$

(5) $\ell=8a+4b$ 〔b〕

$8a+4b=\ell$

$4b=\ell-8a$

$b=\dfrac{\ell-8a}{4}$ $\left(\dfrac{\ell}{4}-2a\right)$

(6) $6x-3y=12$ 〔y〕

$-3y=-6x+12$

$y=2x-4$

(7) $V=\pi r^2 h$ 〔h〕

$h=\dfrac{V}{\pi r^2}$

(8) $p=3(1+r)$ 〔r〕

$3(1+r)=p$

$1+r=\dfrac{p}{3}$

$r=\dfrac{p}{3}-1$ $\left(\dfrac{p-3}{3}\right)$

(9) $m=\dfrac{a+b}{2}$ 〔a〕

$a+b=2m$

$a=2m-b$

(10) $S=\dfrac{1}{2}(a+b)h$ 〔a〕

$(a+b)h=2S$

$a+b=\dfrac{2S}{h}$

$a=\dfrac{2S}{h}-a$

補充問題B

式による説明

1. 偶数と奇数の和は奇数になる。このわけを文字を使って説明しなさい。

2. 3つの続いた偶数の和は6の倍数になる。文字を使って説明せよ。

3. おうぎ形の弧の長さを ℓ, 半径を r とすると面積 S は
$S=\frac{1}{2}\ell r$ と表すことができます。このことを示しなさい。

補充問題B

式による説明

$\boxed{1}$ 偶数と奇数の和は奇数になる。このわけを文字を使って説明しなさい。

偶数を $2m$，奇数を $2n+1$ とすると

それらの和は $2m+(2n+1)$

$= 2(m+n)+1$

$m+n$ は整数だから，$2(m+n)+1$ は奇数である.

したがって 偶数と奇数の和は奇数になる

$\boxed{2}$ 3つの続いた偶数の和は6の倍数になる。文字を使って説明せよ。

3つの続いた偶数を $2n-2$，$2n$，$2n+2$ とすると

それらの和は $(2n-2)+2n+(2n+2)$

$= 6n$

n は整数だから，$6n$ は6の倍数である.

したがって 3つの続いた偶数の和は6の倍数になる.

$\boxed{3}$ おうぎ形の弧の長さを l，半径を r とすると面積 S は

$S=\frac{1}{2}lr$ と表すことができます。このことを示しなさい。

おうぎ形の中心角を $a°$ とする.

弧の長さは $l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$

両辺に $\frac{1}{2}r$ をかけて

$$l \times \frac{1}{2}r = 2\pi r \times \frac{a}{360} \times \frac{1}{2}r$$

$$\frac{1}{2}lr = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

右辺はおうぎ形の面積 $S=\pi r^2 \times \frac{a}{360}$ を表しているので

$$\frac{1}{2}lr = S$$

したがって おうぎ形の面積は

$S=\frac{1}{2}lr$ と表せる.