2章 連立方程式

2-1 加減法

連立方程式とその解

$2x+y=10$ のように，2つの文字をふくむ1次方程式を **2元1次方程式** といいます．2元1次方程式を成り立たせる数の値を **解** といいます．

$2x+y=10$ の解を求めてみましょう．(右表)

x	1	2	3	4	5
y	8	6			

$2x+y=10$ の式に x の値を代入して y を求めます

この表以外でも $x=-3$ と $y=16$ や $x=\frac{1}{2}$ と $y=9$ など 2元1次方程式の解は，たくさんあります．

$x+y=7$ の解を求めてみましょう．(右表)

x	1	2	3	4	5
y	6				

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ x+y=7 \end{cases}$$

のように，2つ以上の方程式を組み合わせたものを **連立方程式** といいます．

上の2つの方程式の共通する解が，この連立方程式の解です．したがって

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ x+y=7 \end{cases}$$

の解は

$x=\boxed{}$ ，$y=\boxed{}$

連立方程式の解は1組だけです．

2章 連立方程式

2-1 加減法

連立方程式とその解

$2x+y=10$ のように，2つの文字をふくむ1次方程式を2元1次方程式といいます．2元1次方程式を成り立たせる数の値を解といいます．

$2x+y=10$ の解を求めてみましょう．(右表)

x	1	2	3	4	5
y	8	6	4	2	0

$2x+y=10$ の式に x の値を代入して y を求めます

この表以外でも $x=-3$ と $y=16$ や $x=\frac{1}{2}$ と $y=9$ など2元1次方程式の解は，たくさんあります．

$x+y=7$ の解を求めてみましょう．(右表)

x	1	2	3	4	5
y	6	5	4	3	2

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ x+y=7 \end{cases}$$

のように，2つ以上の方程式を組み合わせたものを連立方程式といいます．

上の2つの方程式の共通する解が，この連立方程式の解です．したがって

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ x+y=7 \end{cases}$$

の解は

$x=\boxed{3}$，$y=\boxed{4}$

連立方程式の解は1組だけです．

● 加減法

＜例1＞ 次の連立方程式を解きましょう。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 & \cdots ① \\ x + 2y = 14 & \cdots ② \end{cases}$$

yの係数が等しいから，2つの方程式の差を求めれば
xだけの方程式ができます。

①－②

$$\begin{array}{rrcl} & 3x + 2y & = & 18 \\ -) & x + 2y & = & 14 \\ \hline & 2x & = & \boxed{} \\ & x & = & \boxed{} \end{array}$$

2でわる

yを消去するといいます

$$\begin{array}{rcl} A & = & B \\ -)\ C & = & D \\ \hline A - C & = & B - D \end{array}$$

x＝2を②に代入してyの値を求めると

①でも②でもよい

$$\begin{aligned} 2 + 2y &= 14 \\ 2y &= \boxed{} \\ y &= \boxed{} \end{aligned}$$

x＝2

答 $x = 2,\ y = 6$

問1

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

を x を消去して解きましょう。

$$\begin{array}{rrcl} & x + 3y & = & 7 \\ -) & x - 2y & = & -3 \\ \hline \end{array}$$

● 加減法

〈例1〉次の連立方程式を解きましょう。

$$\begin{cases} 3x+2y=18 & \cdots ① \\ x+2y=14 & \cdots ② \end{cases}$$

y の係数が等しいから、2つの方程式の差を求めれば x だけの方程式ができます。

①－②

$$\begin{array}{rrcl} & 3x+2y & = & 18 \\ -) & x+2y & = & 14 \\ \hline & 2x & = & \boxed{4} \\ & x & = & \boxed{2} \end{array}$$

2でわる

y を消去するといいます

$$\begin{array}{rcl} A & = & B \\ -)\ C & = & D \\ \hline A-C & = & B-D \end{array}$$

$x=2$ を ②に代入して y の値を求めると

①でも②でもよい

$x=2$

$$2+2y=14$$

$$2y=\boxed{12}$$

$$y=\boxed{6}$$

答 $x=2,\ y=6$

問1

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

を x を消去して解きましょう。

$$\begin{array}{rrcl} & x+3y & = & 7 \\ -) & x-2y & = & -3 \\ \hline & 5y & = & 10 \end{array}$$

$$y=2$$

$$x+6=7$$

$$x=1$$

答 $x=1,\ y=2$

〈例2〉
$$\begin{cases} -2x+3y=4 & \cdots① \\ 2x+5y=12 & \cdots② \end{cases}$$

… xの係数が -2 と 2
だから ①＋② で xを消去!

$$\begin{array}{rrl} & -2x+3y &= 4 \\ +) & 2x+5y &= 12 \\ \hline & 8y &= \boxed{} \\ & y &= \boxed{} \end{array}$$

$y=2$ を②に代入して

$$2x+5\times2=12$$
$$2x=\boxed{}$$
$$x=\boxed{}$$

答 $x=1,\ y=2$

どちらかの文字の係数の絶対値をそろえ，左辺どうし，右辺どうしを加えたりひいたりして，その文字を消去して解く方法を **加減法** といいます．

同符号のとき → ひく
異符号のとき → たす

問2 次の連立方程式を解きましょう。

たすか，ひくか考えましょう！

(1) $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x-y=8 \\ x+y=4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=7 \end{cases}$

〈例2〉

$$\begin{cases} -2x+3y=4 & \cdots ① \\ 2x+5y=12 & \cdots ② \end{cases}$$

… xの係数が -2と2 だから ①+② で xを消去!

$$\begin{array}{rrl} & \boxed{-2x}+3y & =4 \\ +) & 2x+5y & =12 \\ \hline & 8y & =\boxed{16} \\ & y & =\boxed{2} \end{array}$$

$y=2$ を ②に代入して

$$2x+5\times 2=12$$
$$2x=\boxed{2}$$
$$x=\boxed{1}$$

答 $x=1,\ y=2$

どちらかの文字の係数の絶対値をそろえ，左辺どうし，右辺どうしを加えたりひいたりして，その文字を消去して解く方法を **加減法** といいます。

同符号のとき → ひく
異符号のとき → たす

問2 次の連立方程式を解きましょう。

たすか，ひくか，考えましょう!

(1) $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & 3x+y=11 \\ -) & 3x-2y=5 \\ \hline & 3y=6 \\ & y=2 \end{array}$$

$3x+2=11$

$3x=9$

$x=3$

$x=3,\ y=2$

(2) $\begin{cases} 3x-y=8 \\ x+y=4 \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & 3x-y=8 \\ +) & x+y=4 \\ \hline & 4x=12 \end{array}$$

$x=3$

$3+y=4$

$y=1$

$x=3,\ y=1$

(3) $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=7 \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & x+y=-3 \\ +) & x-y=7 \\ \hline & 2x=4 \\ & x=2 \end{array}$$

$2+y=-3$

$y=-5$

$x=2,\ y=-5$

〈例3〉

$$\begin{cases} 3x + y = 9 & \cdots ① \\ 5x - 2y = 4 & \cdots ② \end{cases}$$

x, y の係数がちがうときは、一方の式を何倍かして、係数の絶対値をそろえます。

y の係数をそろえるために ① の式を 2倍します。

$$\begin{array}{lrcl} ① \times 2 & 6x + 2y & = & \boxed{} \\ ② & +)\ 5x - 2y & = & 4 \\ \hline & 11x & = & 22 \\ & x & = & \boxed{} \end{array}$$

y がそろいました！
あとは前のページと同様に。
ここでは たし算で y を消去します.

$x = 2$ を ① に代入して

$$3 \times 2 + y = 9$$

$$y = \boxed{}$$

答 $x = 2$, $y = 3$

問3 次の連立方程式を解きましょう。

(1) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$

〈例3〉

$$\begin{cases} 3x + y = 9 & \cdots ① \\ 5x - 2y = 4 & \cdots ② \end{cases}$$

x, y の係数がちがうときは、一方の式を何倍かして、係数の絶対値をそろえます。

y の係数をそろえるために ① の式を 2倍します。

$$\begin{array}{lrcl} ①\times 2 & 6x + 2y & = & \boxed{18} \\ ② & +)\ 5x - 2y & = & 4 \\ \hline & 11x & = & 22 \\ & x & = & \boxed{2} \end{array}$$

y がそろいました！
あとは前のページと同様に。
ここではたし算で
y を消去します。

$x = 2$ を ① に代入して

$$3 \times 2 + y = 9$$

$$y = \boxed{3}$$

答 $x = 2$, $y = 3$

問3 次の連立方程式を解きましょう。

(1) $\begin{cases} 2x - y = 4 & \cdots ① \\ 5x + 3y = -1 & \cdots ② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrcl} ①\times 3 & 6x - 3y & = & 12 \\ ② & +)\ 5x + 3y & = & -1 \\ \hline & 11x & = & 11 \\ & x & = & 1 \end{array}$$

$$5 + 3y = -1$$
$$3y = -6$$
$$y = -2$$

$x = 1$, $y = -2$

(2) $\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots ① \\ 4x + 3y = 1 & \cdots ② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrcl} ①\times 4 & 4x + 8y & = & 16 \\ ② & -)\ 4x + 3y & = & 1 \\ \hline & 5y & = & 15 \\ & y & = & 3 \end{array}$$

$$x + 6 = 4$$
$$x = -2$$

$x = -2$, $y = 3$

〈例4〉

$$\begin{cases} 2x-3y=13 & \cdots① \\ 5x+2y=4 & \cdots② \end{cases}$$

一方の式を何倍かしてもそろわない

⇩

両方の式をそれぞれ何倍かして、そろえる。

xをそろえるなら 2と5の最小公倍数 10 にする

yをそろえるなら 3と2の最小公倍数 $\boxed{}$ にする。

ここでは yの係数の絶対値をそろえます。

①×2 $\boxed{}$

②×3 $\boxed{}$

つまり
$$\begin{cases} 4x-6y=26 \\ 15x+6y=12 \end{cases}$$
を解く。

(計算は省略します)

答 $x=2,\ y=-3$

＊ 係数の絶対値は、小さい数でそろえた方が楽。。。

＊ もう1方の解を求めるときは、一番楽な式に代入しましょう。

問4 次の連立方程式を解きましょう。

(1)
$$\begin{cases} 5x+3y=2 \\ 9x-2y=11 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 4x+7y=-13 \\ 5x+2y=4 \end{cases}$$

<例4>

$$\begin{cases} 2x-3y=13 & \cdots① \\ 5x+2y=4 & \cdots② \end{cases}$$

一方の式を何倍かしてもそろわない

⇩

両方の式をそれぞれ何倍かして、そろえる.

xをそろえるなら 2と5の最小公倍数 10 にする

yをそろえるなら 3と2の最小公倍数 $\boxed{6}$ にする.

ここでは yの係数の絶対値をそろえます.

①×2 $\boxed{4x-6y=26}$

②×3 $\boxed{15x+6y=12}$

つまり $\begin{cases} 4x-6y=26 \\ 15x+6y=12 \end{cases}$ を解く.

(計算は省略します)

答 $x=2,\ y=-3$

* 係数の絶対値は、小さい数でそろえた方が楽。。

* もう1方の解を求めるときは、一番楽な式に代入しましょう.

問4 次の連立方程式を解きましょう.

(1) $\begin{cases} 5x+3y=2 & \cdots① \\ 9x-2y=11 & \cdots② \end{cases}$

①×2 $10x+6y=4$

②×3 $+)\ 27x-6y=33$

$37x=37$

$x=1$

①に代入

$5+3y=2$

$3y=-3$

$y=-1$

$x=1,\ y=-1$

(2) $\begin{cases} 4x+7y=-13 & \cdots① \\ 5x+2y=4 & \cdots② \end{cases}$

①×2 $8x+14y=-26$

②×7 $-)\ 35x+14y=28$

$-27x=-54$

$x=2$

②に代入

$10+2y=4$

$2y=-6$

$y=-3$

$x=2,\ y=-3$

補充問題

連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 7x + 2y = 16 \\ 7x - y = 13 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x + 4y = -2 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 3x + y = -17 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 7x - 2y = 4 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 6x + 5y = 17 \end{cases}$

補充問題

連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x+3y=12 & \cdots① \\ x-3y=-3 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & 2x+3y=12 \\ +) & x-3y=-3 \\ \hline & 3x\quad=9 \\ & x=3 \end{array}$$

①に代入

$6+3y=12$

$3y=6$

$y=2$

$x=3,\ y=2$

(2) $\begin{cases} 7x+2y=16 & \cdots① \\ 7x-y=13 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & 7x+2y=16 \\ -) & 7x-y=13 \\ \hline & 3y=3 \\ & y=1 \end{array}$$

②に代入

$7x-1=13$

$7x=14$

$x=2$

$x=2,\ y=1$

(3) $\begin{cases} x+4y=-2 & \cdots① \\ 2x+3y=1 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ①\times2 & & 2x+8y=-4 \\ ② & -) & 2x+3y=1 \\ \hline & & 5y=-5 \\ & & y=-1 \end{array}$$

①に代入

$x-4=-2$

$x=2$

$x=2,\ y=-1$

(4) $\begin{cases} 2x-3y=-4 & \cdots① \\ 3x+y=-17 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ① & & 2x-3y=-4 \\ ②\times3 & +) & 9x+3y=-51 \\ \hline & & 11x\quad=-55 \\ & & x=-5 \end{array}$$

②に代入 $-15+y=-17$

$y=-2$

$x=-5,\ y=-2$

(5) $\begin{cases} 2x+5y=3 & \cdots① \\ 7x-2y=4 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ①\times2 & & 4x+10y=6 \\ ②\times5 & +) & 35x-10y=20 \\ \hline & & 39x\quad=26 \\ & & x=\frac{2}{3} \end{array}$$

①に代入

$2\times\frac{2}{3}+5y=3$

$\times3)$ $4+15y=9$

$15y=5$

$y=\frac{1}{3}$

$x=\frac{2}{3},\ y=\frac{1}{3}$

(6) $\begin{cases} 4x+3y=10 & \cdots① \\ 6x+5y=17 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ①\times3 & & 12x+9y=30 \\ ②\times2 & -) & 12x+10y=34 \\ \hline & & -y=-4 \\ & & y=4 \end{array}$$

①に代入 $4x+12=10$

$4x=-2$

$x=-\frac{1}{2}$

$x=-\frac{1}{2},\ y=4$