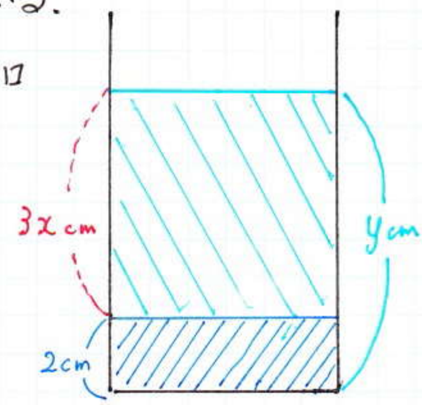
3章 1次関数

3-1 変化の割合／グラフ

水そうに，深さ2cmのところまで水が入っている。
この水そうに，1分間に深さが3cmずつ増加するように水を入れます。



表をうめましょう。

x(分後)	0	1	2	3	4	5	---
y(cm)	2						---

3cmずつ増える

水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cm とすると

$$y = \underbrace{3x}_{x分で増加した深さ} + \underbrace{2}_{はじめの深さ}$$

と表されます。

2つの変数 x，y について，y が x の1次式で表されるとき

変数：いろいろな値をとる数

y は x の1次関数である といいます。

1次関数は，一般に $y = ax + b$ と表される。

> **1次関数**
>
> $$y = \underbrace{ax}_{xに比例する部分} + \underbrace{b}_{定数}$$

比例 $y = ax$ も1次関数の特別な場合

問1 次の中で，y が x の1次関数であるものは，どれですか。

㋐ 1個100円のりんごを x 個買って，150円のかごに入れてもらったときの代金 y 円。

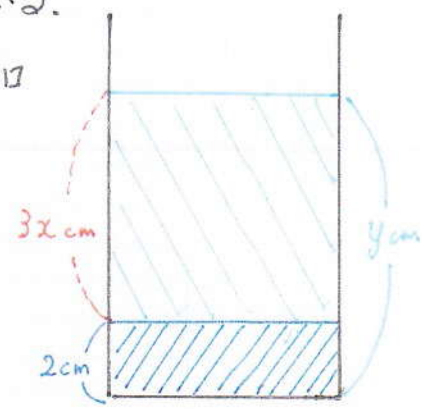
㋑ 15kmの道のりを時速 x kmで進んだときにかかる時間 y 時間。

㋒ 長さ16cmの線香に火をつけると，1分間に0.6cmずつ短くなる。火をつけてから x 分後の線香の長さ y cm。

3章 1次関数

3-1 変化の割合／グラフ

水そうに，深さ2cmのところまで水が入っている．
この水そうに，1分間に深さが3cmずつ増加するように水を入れます．



表をうめましょう．

x(分後)	0	1	2	3	4	5	---
y(cm)	2	5	8	11	14	17	---

3cmずつ増える

水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとすると

$$y = \underbrace{3x}_{x\text{分で増加した深さ}} + \underbrace{2}_{\text{はじめの深さ}}$$

と表されます．

2つの変数 x，y について，y が x の1次式で表されるとき

変数：いろいろな値をとる数

y は x の1次関数である といいます．

1次関数は，一般に $y = ax + b$ と表される．

1次関数

$$y = \underbrace{ax}_{x\text{に比例する部分}} + \underbrace{b}_{\text{定数}}$$

比例 $y = ax$ も1次関数の特別な場合

問1 次の中で，y が x の1次関数であるものは，どれですか．

㋐ 1個100円のりんごを x 個買って，150円のかごに入れてもらったときの代金 y 円．　$y = 100x + 150$

㋑ 15kmの道のりを時速 x kmで進んだときにかかる時間 y 時間．　$y = \frac{15}{x}$

㋒ 長さ16cmの線香に火をつけると，1分間に0.6cmずつ短くなる．火をつけてから x 分後の線香の長さ y cm．　$y = -0.6x + 16$

㋐と㋒

● 変化の割合

〈例1〉 1次関数 $y=4x+5$ で xの値が 2から5まで増加したときの xとyの値の変化を調べましょう.

xの値が 2から5まで増加するとき

xの増加量は $5-2=3$

yの値は $x=2$のとき $y=4\times\underset{x}{2}+5=13$

$x=5$のとき $y=4\times\underset{x}{5}+5=\boxed{}$

x	$\cdots$ 2 $\cdots$	5
y	$\cdots$ $\boxed{13}$ $\cdots$	$\boxed{}$

3

?

yの増加量は $\boxed{}-\boxed{}=12$

このとき $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}=4$

yの増加量は xの増加量の 4倍

問2 1次関数 $y=4x+5$ で xの値が 4から7まで増加したときの $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ を求めましょう.

問3 1次関数 $y=-2x+4$ で, xの値が次のように増加したときの $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ を求めましょう.

(1) 2から6

(2) -3から0

●変化の割合

〈例1〉 1次関数 $y=4x+5$ で xの値が 2から5まで増加したときの xとyの値の変化を調べましょう.

xの値が 2から5まで増加するとき

x	$\cdots$ 2 $\cdots$ 5
y	$\cdots$ $\boxed{13}$ $\cdots$ $\boxed{25}$

xの増加量は 5 − 2 = 3

yの値は $x=2$のとき $y=4\times\underbrace{2}_{x}+5=13$

$x=5$のとき $y=4\times\underbrace{5}_{x}+5=\boxed{25}$

yの増加量は $\boxed{25}-\boxed{13}=12$

このとき $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{3}}=4$ → yの増加量はxの増加量の4倍

問2 1次関数 $y=4x+5$ で xの値が 4から7まで増加したときの $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ を求めましょう.

4

問3 1次関数 $y=-2x+4$ で, xの値が次のように増加したときの $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ を求めましょう.

(1) 2から6

−2

(2) −3から0

−2

xの増加量に対するyの増加量の割合を

変化の割合 といいます.

1次関数 $y=ax+b$ では, 変化の割合は一定でaに等しい.

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$$

xの値が1増加したときのyの増加量

問4 次の1次関数の変化の割合を求めましょう.

(1) $y=4x-3$ (2) $y=-2x+1$ (3) $y=\frac{3}{2}x-4$

また上の式から, 次の式が成り立ちます.

$$(y\text{の増加量})=(\text{変化の割合})\times(x\text{の増加量})$$

〈例2〉 $y=2x+5$ について

(1) 変化の割合を求めましょう. ---$\boxed{}$

(2) xの増加量が4のときのyの増加量を求めましょう.

yの増加量は $\underbrace{\boxed{}}_{\text{変化の割合}}\times\underbrace{4}_{x\text{の増加量}}=\boxed{}$

問5 1次関数 $y=3x-1$ について, 次の問に答えましょう.

(1) xの値が1増加したときのyの増加量を求めましょう.

(2) xの値が2から5まで増加するとき

(i) xの増加量 (ii) yの増加量

(iii) $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

を求めましょう

(3) xの増加量が5のときのyの増加量を求めましょう.

xの増加量に対するyの増加量の割合を
変化の割合 といいます。

1次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合は一定で
aに等しい。

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$$

→ xの値が1増加したときのyの増加量

問4 次の1次関数の変化の割合を求めましょう。

(1) $y=4x-3$ (2) $y=-2x+1$ (3) $y=\frac{3}{2}x-4$

4 -2 $\frac{3}{2}$

また上の式から，次の式が成り立ちます。

$(y\text{の増加量})=(\text{変化の割合})\times(x\text{の増加量})$

〈例2〉 $y=2x+5$ について

(1) 変化の割合を求めましょう。--- $\boxed{2}$

(2) xの増加量が4のときのyの増加量を求めましょう

yの増加量は $\underbrace{\boxed{2}}_{\text{変化の割合}}\times\underbrace{4}_{x\text{の増加量}}=\boxed{8}$

問5 1次関数 $y=3x-1$ について，次の問に答えましょう。

(1) xの値が1増加したときのyの増加量を求めましょう。

3

(2) xの値が2から5まで増加するとき

(i) xの増加量 3 (ii) yの増加量 3×3 9

(iii) $\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ 3 を求めましょう

(3) xの増加量が5のときのyの増加量を求めましょう。

3×5 15

● 1次関数のグラフ

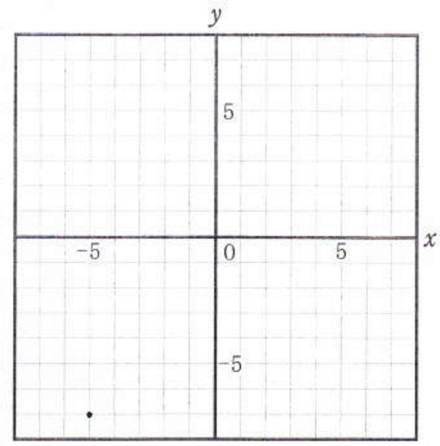
〈例2〉 $y=2x+3$ のグラフをかきましょう.

まず表をつくります. (表をうめましょう)

x	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-7	-5	-3	＿＿	＿＿	＿＿	＿＿	＿＿	＿＿	…

↑
$y=2\times\underbrace{(-2)}_{x}+3$

上の表の x, y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう.



それらの点を結ぶ直線をひきます.

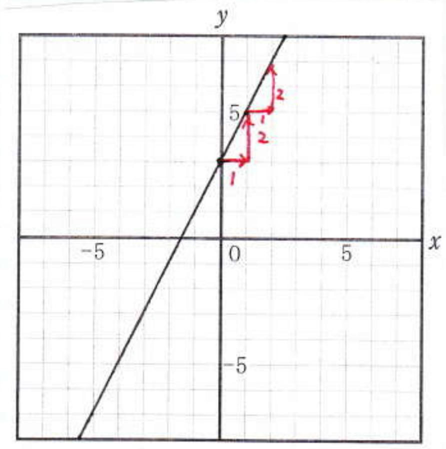
これが $y=2x+3$ のグラフ です.

$y=ax+b$ のグラフ
a … 傾き　b … 切片　といいます.

a は変化の割合で グラフの傾きぐあいが決まります.

b は y 軸と交わる点です. $(0, b)$ となります.

グラフをかくには 傾き と 切片 を利用してかくことができます.



$y=2x+3$ のグラフは

傾きが $\boxed{}$, 切片が $\boxed{}$

切片(y軸上の点) 3 から

傾きが 2 なので 右へ1, 上へ2

進んだ点 $(1, 5)$ を通ります.

この2点を結べば グラフがかけます.

● 1次関数のグラフ

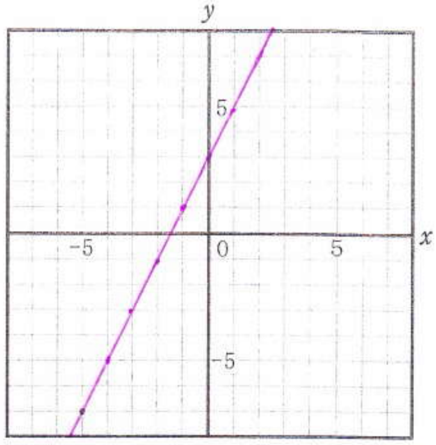
〈例2〉 $y=2x+3$ のグラフをかきましょう。

まず表をつくります。 (表をうめましょう)

x	…	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	−7	−5	−3	−1	1	3	5	7	9	…

$y=2\times\underbrace{(-2)}_{x}+3$

上の表の x, y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。



それらの点を結ぶ直線をひきます。

これが $y=2x+3$ のグラフ です。

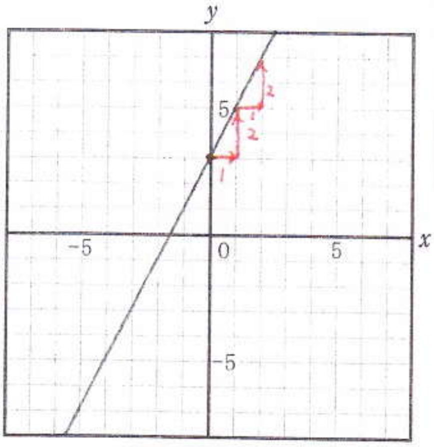
$y=ax+b$ のグラフ

a … 傾き　b … 切片 といいます。

a は変化の割合で グラフの傾きぐあいが決まります。

b は y 軸と交わる点です。$(0, b)$ となります。

グラフをかくには 傾き と 切片 を利用してかくことができます。



$y=2x+3$ のグラフは

傾きが $\boxed{2}$ ，切片が $\boxed{3}$

切片(y軸上の点) 3 から

傾きが 2 なので 右へ1，上へ2

進んだ点 $(1, 5)$ を通ります。

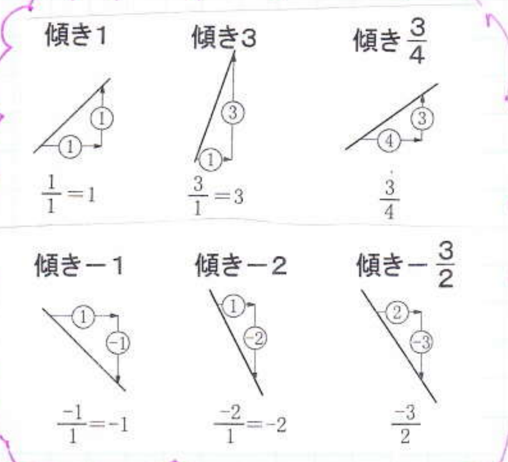
この2点を結べば グラフがかけます。

〈例3〉 次の1次関数のグラフをかきましょう.

(1) $y = 3x - 6$

切片 $(0, -6)$ から

右へ1, 上へ3 すすむ



(2) $y = -\frac{3}{2}x + 1$

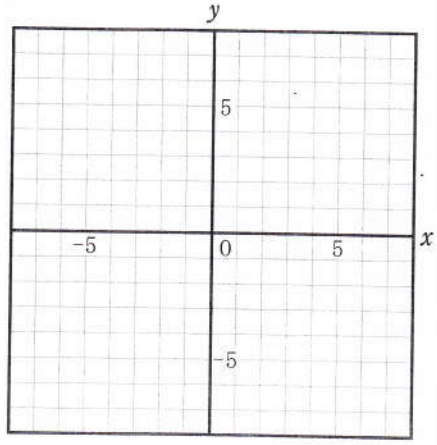
傾きがマイナス

切片 $(0, 1)$ から　下へすすむ

右へ2, 下へ3 すすむ

分数のとき

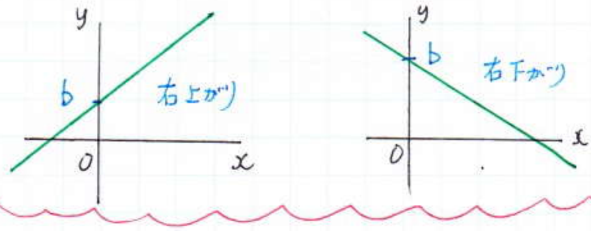
右へ分母の数, 上へ分子の数だけすすむ.



1次関数のグラフ

$y = ax + b$

$a > 0$ のとき　　$a < 0$ のとき

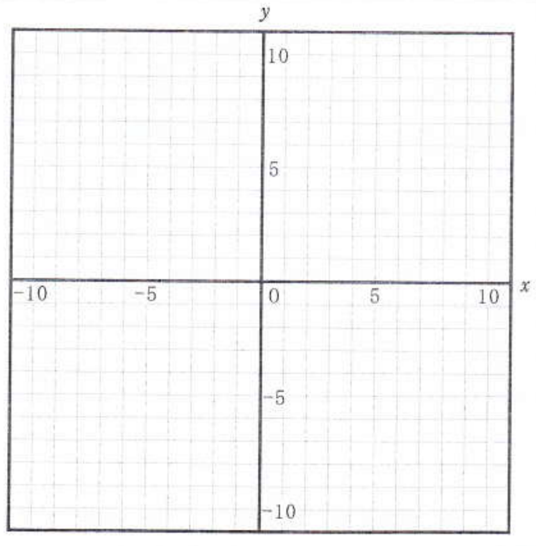


問6 次の1次関数のグラフをかきましょう.

(1) $y = x + 1$

(2) $y = -2x - 5$

(3) $y = -\frac{4}{5}x + 5$



〈例3〉 次の1次関数のグラフをかきましょう.

(1) $y = 3x - 6$

切片 $(0, -6)$ から

右へ1, 上へ3 すすむ

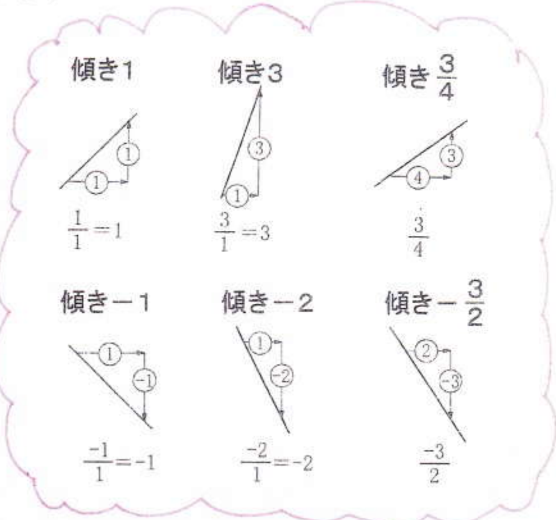
(2) $y = -\frac{3}{2}x + 1$

傾きがマイナス

切片 $(0, 1)$ から

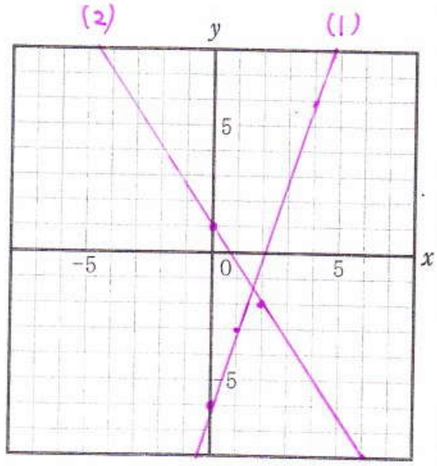
下へすすむ

右へ2, 下へ3 すすむ



分数のとき

右へ分母の数, 上へ分子の数だけすすむ

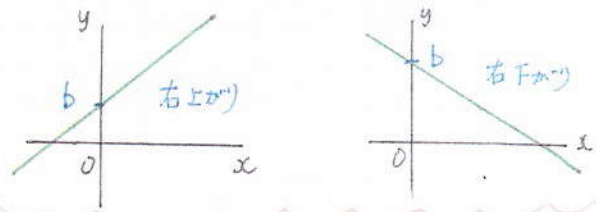


1次関数のグラフ

$y = ax + b$

$a > 0$ のとき

$a < 0$ のとき

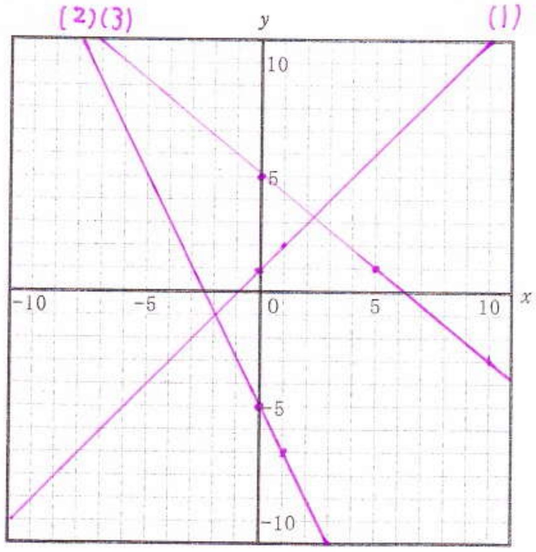


問6 次の1次関数のグラフをかきましょう.

(1) $y = x + 1$

(2) $y = -2x - 5$

(3) $y = -\frac{4}{5}x + 5$



補充問題

1 次の問に答えなさい。

(1) 1次関数 $y=-2x+4$ について，変化の割合を求めなさい。
また、x の値が -3 から 2 まで増加するとき，y の値はどのように変化しますか．

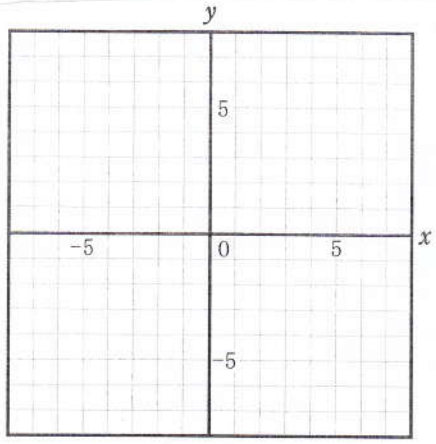
(2) 1次関数 $y=3x-2$ について，x の増加量が 4 のとき，y の増加量を求めなさい。

2 次の1次関数のグラフの傾きと切片をいいなさい。

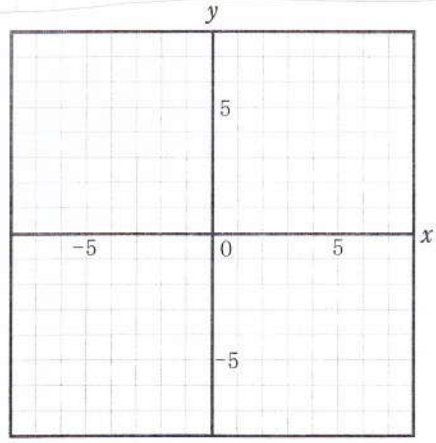
(1) $y=2x-1$　(2) $y=\frac{1}{3}x+5$　(3) $y=-3x-4$

3 次の1次関数のグラフをかきなさい。

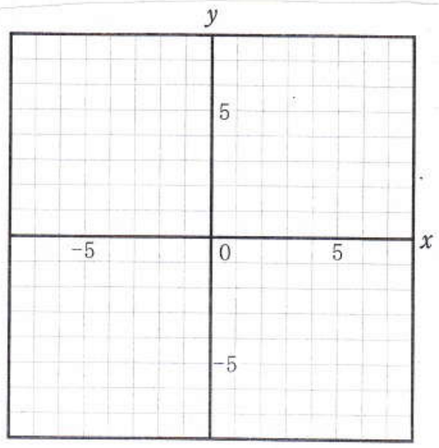
(1) $y=x-6$



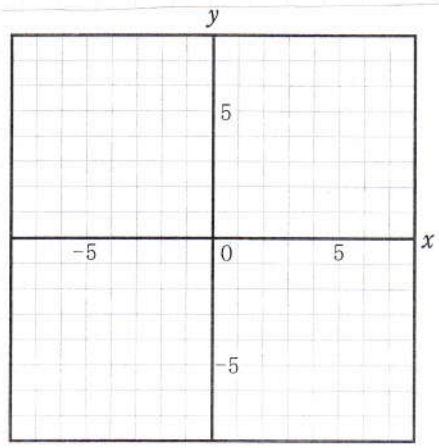
(2) $y=-2x+3$



(3) $y=\frac{6}{5}x-6$



(4) $y=-\frac{3}{2}x+4$



補充問題

1 次の問に答えなさい。

(1) 1次関数 $y=-2x+4$ について，変化の割合を求めなさい。
また、x の値が -3 から 2 まで増加するとき，y の値はどのように変化しますか。　変化の割合　-2

$x=-3$ のとき　$y=10$
$x=2$ のとき　$y=0$

10から0に（増加する）減少する

(2) 1次関数 $y=3x-2$ について，x の増加量が 4 のとき，y の増加量を求めなさい。　$3\times4=12$

2 次の1次関数のグラフの傾きと切片をいいなさい。

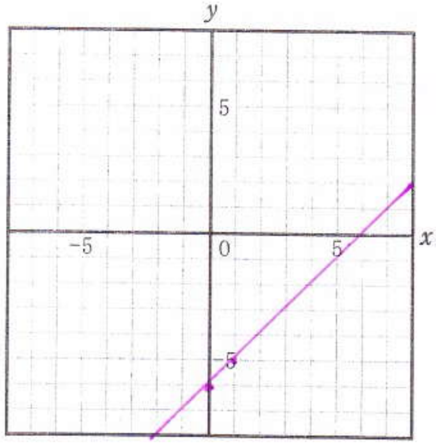
(1) $y=2x-1$
傾き　2
切片　-1

(2) $y=\frac{1}{3}x+5$
傾き　$\frac{1}{3}$
切片　5

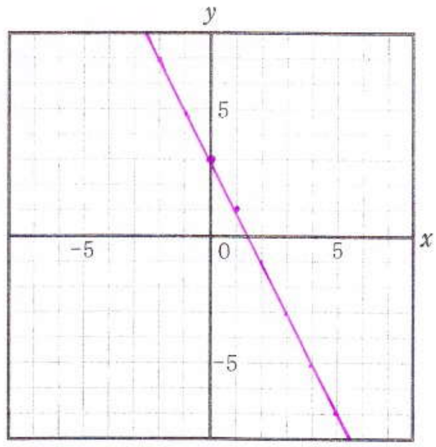
(3) $y=-3x-4$
傾き　-3
切片　-4

3 次の1次関数のグラフをかきなさい。

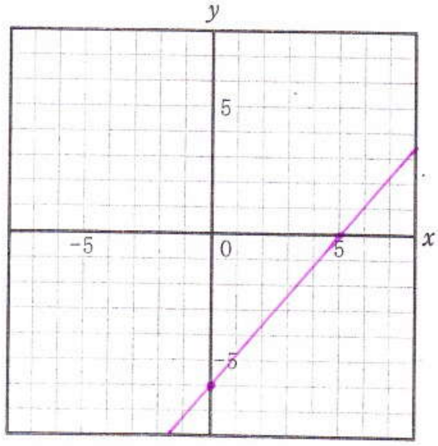
(1) $y=x-6$



(2) $y=-2x+3$



(3) $y=\frac{6}{5}x-6$



(4) $y=-\frac{3}{2}x+4$