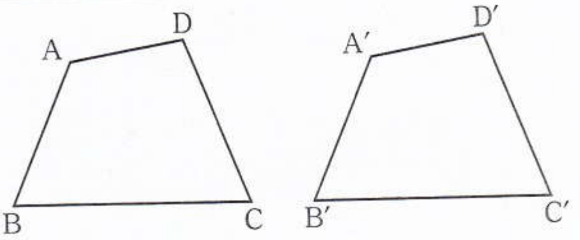
4章 平行と合同

4-2 三角形の合同条件と証明

平面上の2つの図形について，一方を移動させることによって他方に重ね合わせることができるとき，この2つの図形は 合同 であるという．



右の四角形ABCDと四角形A′B′C′D′が合同であるとき

四角形ABCD ≡ 四角形A′B′C′D′ と表す．

≡ は合同を表す記号で，この記号を使うときは対応する順に書く．

合同な図形の性質

合同な図形では，対応する線分や角は等しい．

たしかめ 上の四角形で，

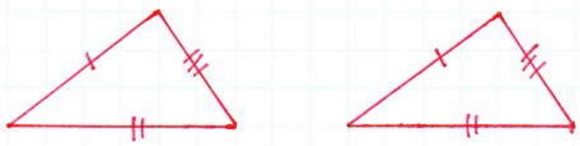
AD = $\boxed{}$ ， BC = $\boxed{}$ ， ∠C = $\boxed{}$

数2-4-2(2)

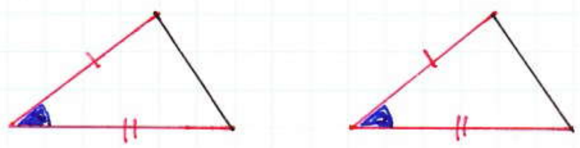
三角形の合同条件

2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき，合同である．

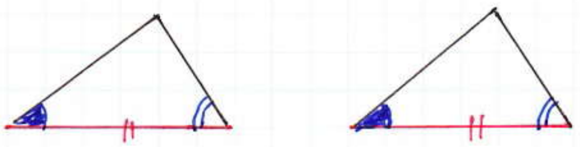
① 3組の辺がそれぞれ等しい



② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい．

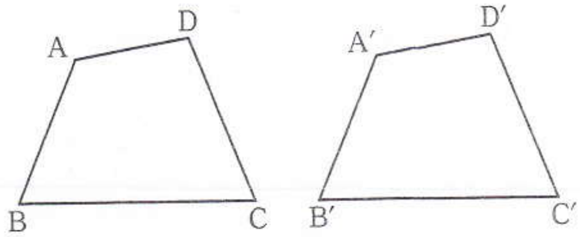


③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい．



4章 平行と合同　4-2 三角形の合同条件と証明

平面上の2つの図形について，一方を移動させることによって他方に重ね合わせることができるとき，この2つの図形は合同であるという。



右の四角形ABCDと四角形A′B′C′D′が合同であるとき

四角形ABCD ≡ 四角形A′B′C′D′ と表す。

≡ は合同を表す記号で，この記号を使うときは対応する順に書く。

合同な図形の性質

合同な図形では，対応する線分や角は等しい。

たしかめ　上の四角形で，

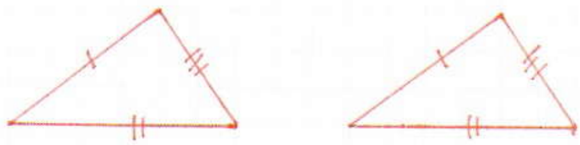
AD = $\boxed{A'D'}$，BC = $\boxed{B'C'}$，∠C = $\boxed{\angle C'}$

数2-4-2(2)

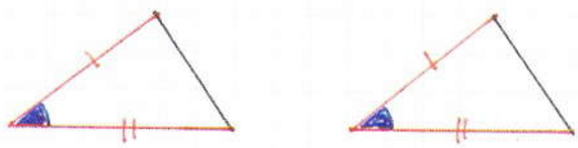
三角形の合同条件

2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき，合同である。

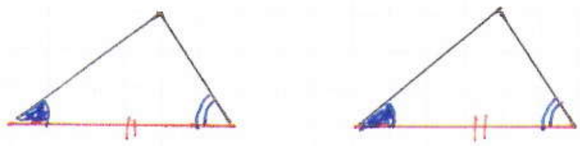
① 3組の辺がそれぞれ等しい



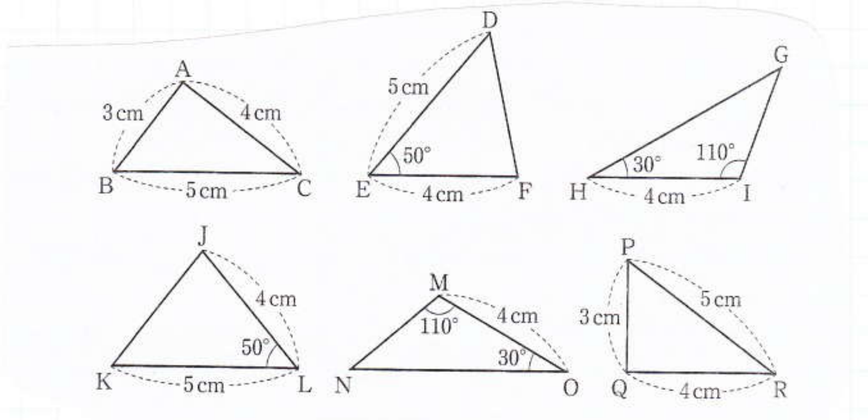
② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。



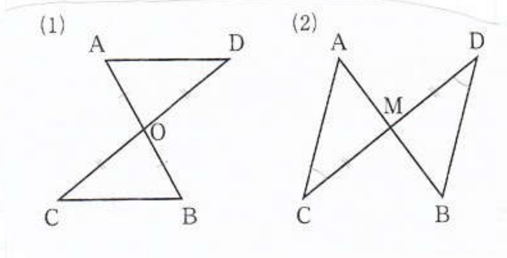
③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。



1 右の図で，合同な三角形の組をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また合同条件も書きなさい。



2 左の図で，合同な三角形をみつけ，記号で表し，合同条件も書きなさい。



(1)

(2)

数2-4-2(4)

仮定と結論

△ABC ≡ △DEF ならば ∠A = ∠D

このような文では 「●●● ならば ■■■」

「ならば」の前の ●●● の部分を 仮定

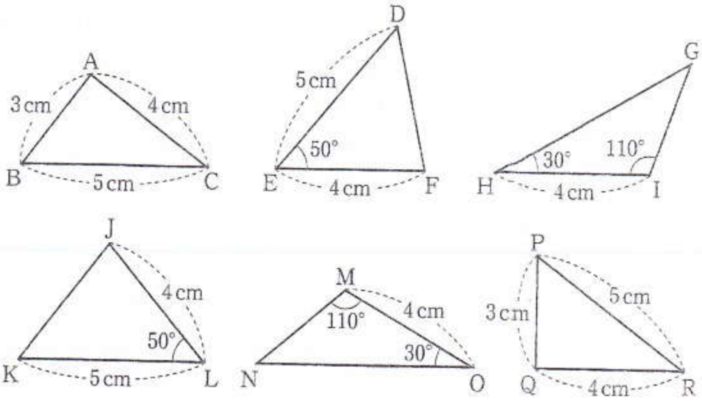
「ならば」の後の ■■■ の部分を 結論 という

3 次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

(1) xが6の倍数ならば，xは3の倍数である。

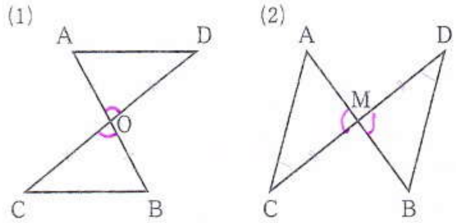
(2) 3つの角が等しい三角形は，正三角形である。

1 右の図で，合同な三角形の組をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また合同条件も書きなさい。



△ABC ≡ △QPR（3組の辺がそれぞれ等しい）
△DEF ≡ △KLJ（2組の辺とその間の角が…）
△GHI ≡ △NOM（1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）

2 左の図で，合同な三角形をみつけ，記号で表し，合同条件も書きなさい。



(1) △AOD ≡ △BOC（2辺とその間の角…）

(2) △AMC ≡ △BMD（1辺とその両端の角…）

仮定と結論

△ABC ≡ △DEF ならば ∠A = ∠D

このような文では 「●●● ならば ■■■」

「ならば」の前の ●●● の部分を 仮定

「ならば」の後の ■■■ の部分を 結論 という

3 次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

(1) xが6の倍数ならば，xは3の倍数である。

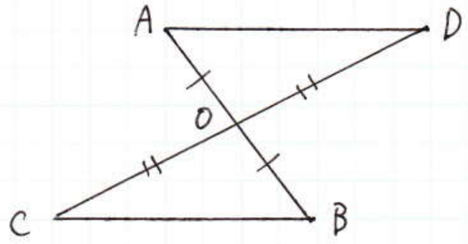
（仮定）xが6の倍数　（結論）xは3の倍数

(2) 3つの角が等しい三角形は，正三角形である。

（仮定）3つの角が等しい三角形　（結論）正三角形

●合同の証明のすすめ方

右の図で，線分AB，CDがそれぞれの中点Oで交わるならば，△AOD≡△BOCである．



このことを証明するには，まず仮定と結論をはっきりさせましょう．

(仮定)　OがAB，CDの中点だから　AO＝$\boxed{\quad}$，DO＝$\boxed{\quad}$

(結論)　△AOD≡$\boxed{\quad}$

(証明)　△AODと△BOCにおいて　← 書き出しの言葉

仮定より　AO＝$\boxed{\quad}$ ……①

DO＝$\boxed{\quad}$ ……②

等しい辺や角を3つ見つける

根拠を示す

対頂角は等しいから

∠AOD＝$\boxed{\quad}$ ……③

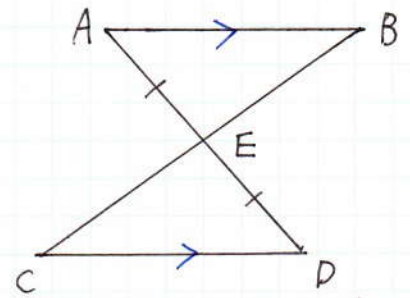
合同条件

①，②，③より $\boxed{\qquad\qquad}$ がそれぞれ等しいので，

△AOD≡△BOC　← 結論

4

右の図で，AB∥CD，AE＝DEならば△ABE≡△DCEとなる．(　)をうめて，これを証明しなさい。



等しいところを図にチェックしよう

(証明)

△ABEと△DCEにおいて

仮定より　AE＝(　　　)……①

対頂角は等しいので　(∠　　　)＝(∠　　　)……②

AB∥CDより(　　　)が等しいので

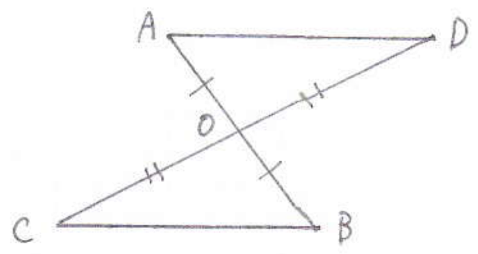
∠BAE＝(　　　)……③

①，②，③より

(　　　　　　　　)がそれぞれ等しいので

△ABE≡△DCE

●合同の証明のすすめ方



右の図で，線分AB，CDがそれぞれの中点Oで交わるならば，△AOD≡△BOCである。

このことを証明するには，まず仮定と結論をはっきりさせましょう。

(仮定)　OがAB，CDの中点だから　AO＝$\boxed{\text{BO}}$，DO＝$\boxed{\text{CO}}$

(結論)　△AOD≡$\boxed{\triangle\text{BOC}}$

(証明)　△AODと△BOCにおいて　←書き出しの言葉

仮定より　AO＝$\boxed{\text{BO}}$　……①

根拠を示す

DO＝$\boxed{\text{CO}}$　……②

等しい辺や角を3つ見つける

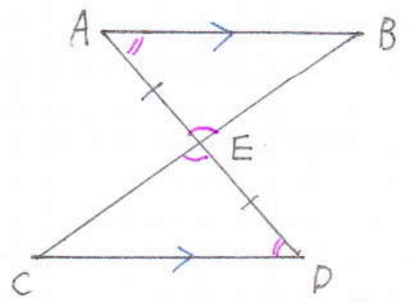
対頂角は等しいから

∠AOD＝$\boxed{\angle\text{BOC}}$　……③　←合同条件

①，②，③より$\boxed{\text{2組の辺とその間の角}}$がそれぞれ等しいので，

△AOD≡△BOC　←結論

4　右の図で，AB∥CD，AE＝DEならば△ABE≡△DCEとなる。(　)をうめて，これを証明しなさい。



(証明)

△ABEと△DCEにおいて

仮定より　AE＝(DE　)……①

対頂角は等しいので　(∠AEB　)＝(∠DEC　)……②

AB∥CDより(錯角)が等しいので

∠BAE＝(∠CDE　)……③

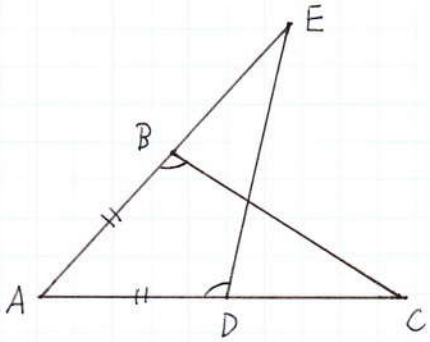
①，②，③より

(1組の辺とその両端の角　)がそれぞれ等しいので

△ABE≡△DCE

等しいところを図にチェックしよう

5 右の図で，AB＝AD，∠ABC＝∠ADEのとき，
BC＝DEである。このことを証明しなさい。



(1) 仮定と結論をいいなさい。

仮定 ____________________

結論 ______________

BC＝DEを証明するために，合同を利用します

(2) BC＝DEであることを証明しなさい。(　)をうめましょう

△ABCと△ADEにおいて

仮定より (　　　)＝(　　　) …①

(　　　)＝(　　　) …②

∠Aは共通 …③

共通
ピッタリ重なる
辺や角を
共通という

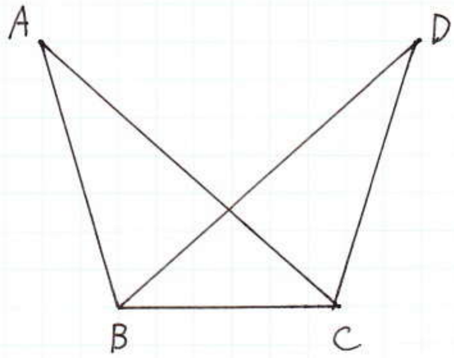
①，②，③より

(　　　　　　　　　　)がそれぞれ等しいので

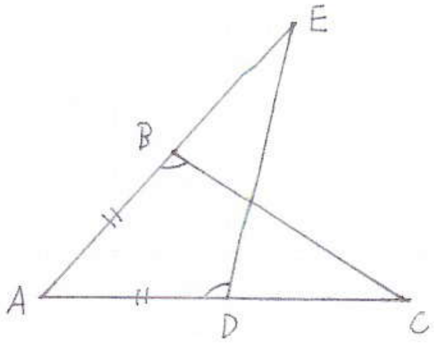
△ABC ≡ △ADE

合同な図形の対応する辺は等しいので BC＝DE

6 右の図で AB＝DC，AC＝DB
ならば ∠BAC＝∠CDB となる。
これを証明しなさい。



5 右の図で，AB＝AD，∠ABC＝∠ADEのとき，
BC＝DEである。このことを証明しなさい。



(1) 仮定と結論をいいなさい。

仮定　AB＝AD，∠ABC＝∠ADE

結論　BC＝DE

BC＝DEを証明するために，合同を利用します

(2) BC＝DEであることを証明しなさい。(　)をうめましょう

△ABCと△ADEにおいて

仮定より (AB)＝(AD) …①

(∠ABC)＝(∠ADE) …②

∠Aは共通 …③

共通
ぴったり重なる辺や角を共通という

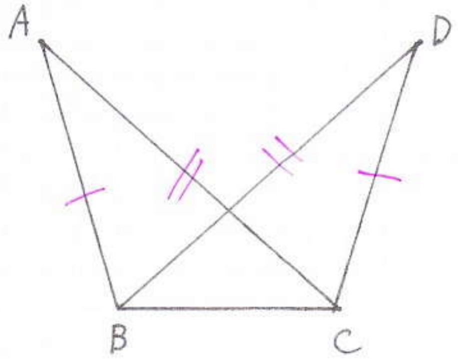
①，②，③より

(1組の辺とその両端の角)がそれぞれ等しいので

△ABC≡△ADE

合同な図形の対応する辺は等しいので BC＝DE

6 右の図で AB＝DC，AC＝DB
ならば ∠BAC＝∠CDB となる。
これを証明しなさい。



△ABCと△DCBにおいて

仮定より AB＝DC …①

AC＝DB …②

BCは共通 …③ → BC＝CB でもよい

①，②，③より 3組の辺がそれぞれ等しいので

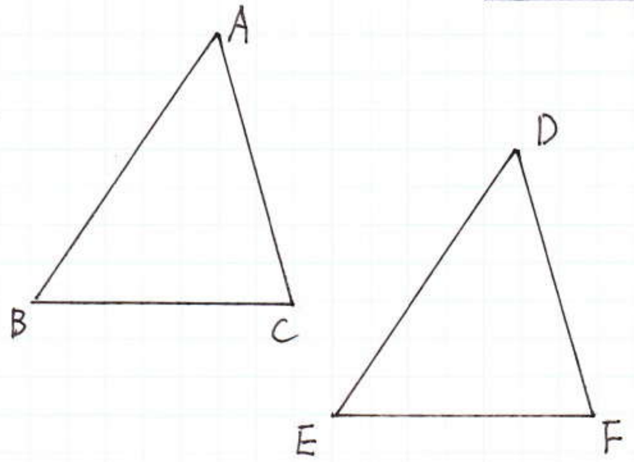
△ABC≡△DCB

合同な図形の対応する角は等しいので

「したがって」
「よって」
でも良い

∠BAC＝∠CDB

補充問題A



1 次の(1)〜(3)のとき，それぞれどんな条件をつけ加えれば，

△ABC ≡ △DEF になりますか。

(1) ∠A = ∠D , ∠C = ∠F

(2) AB = DE , BC = EF

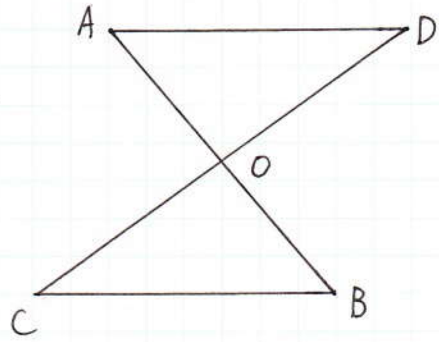
(3) AB = DE , ∠A = ∠D

2 次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

(1) △ABC ≡ △DEF ならば BC = EF

(2) A = B ならば A + m = B + m である.

3 右の図で，OA = OB，OD = OC のとき AD // BC である．(　　)をうめて証明しなさい。



<証明>　△OAD と (　　　) において

OA = (　　　) --- 仮定

(　　　　　) --- 仮定

∠AOD = (　　　) --- 対頂角

(　　　　　　) がそれぞれ等しいから

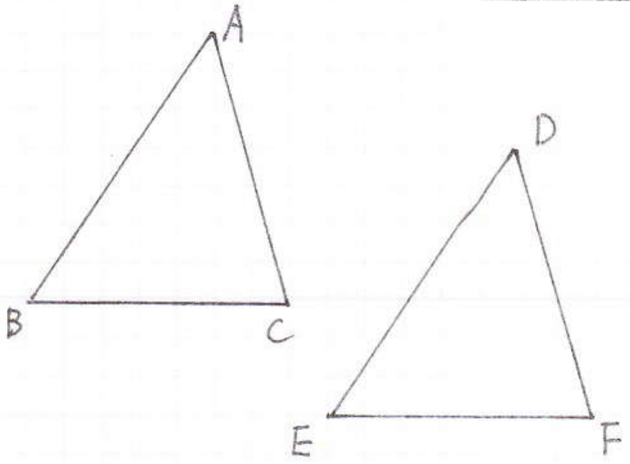
△OAD ≡ (　　　)

合同な図形の対応する角は等しいから

∠OAD = (　　　)

(　　) が等しいから AD // BC .

補充問題A



1 次の(1)〜(3)のとき，それぞれどんな条件をつけ加えれば，

△ABC ≡ △DEF になりますか。

(1) ∠A = ∠D , ∠C = ∠F

AC = DF

(2) AB = DE , BC = EF

AC = DF または ∠B = ∠E

(3) AB = DE , ∠A = ∠D

AC = DF または ∠B = ∠E

2 次のことがらの仮定と結論をいいなさい。

(1) △ABC ≡ △DEF ならば BC = EF

(仮定) △ABC ≡ △DEF (結論) BC = EF

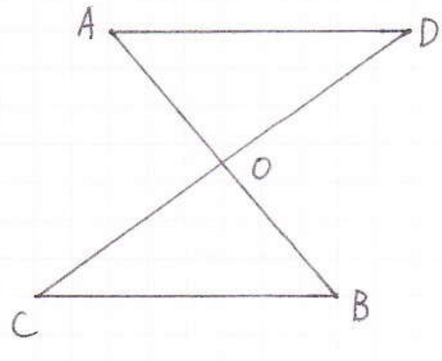
(2) A = B ならば A + m = B + m である.

(仮定) A = B (結論) A + m = B + m

数2-4-2A(2)

3 右の図で，OA = OB，OD = OC のとき

AD // BC である.（ ）をうめて証明しなさい。



〈証明〉 △OAD と (△OBC) において

OA = (OB) --- 仮定

(OD = OC) --- 仮定

∠AOD = (∠BOC) --- 対頂角

(2組の辺とその間の角) がそれぞれ等しいから

△OAD ≡ (△OBC)

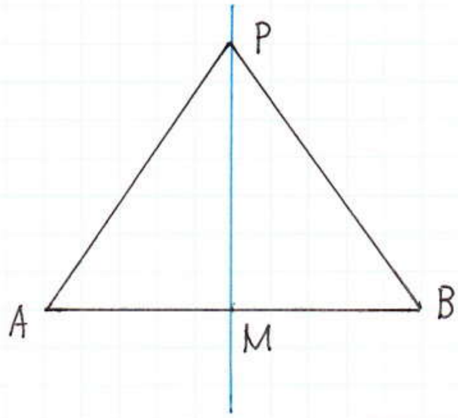
合同な図形の対応する角は等しいから

∠OAD = (∠OBC)

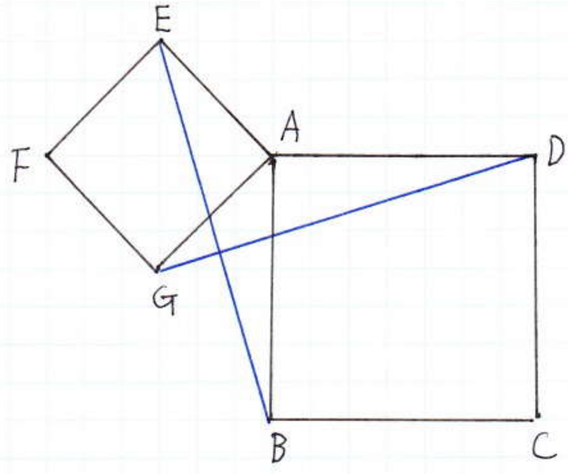
(錯角) が等しいから AD // BC .

補充問題 B

1 線分ABの垂直二等分線上の点をPとすると，AP＝BPとなる．
このことを，三角形の合同を使って証明しなさい。

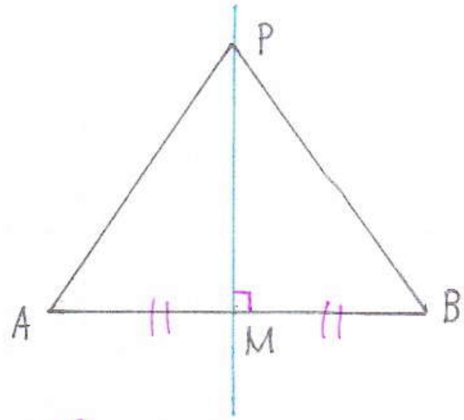


2 四角形ABCD，EFGAは，ともに正方形である．
このとき，EB＝GDであることを証明しなさい。



補充問題B

1 線分ABの垂直二等分線上の点をPとすると，AP＝BPとなる。
このことを，三角形の合同を使って証明しなさい。



△APMと△BPMにおいて

仮定より　AM＝BM　…①

∠PMA＝∠PMB＝90°　…②

PMは共通　…③

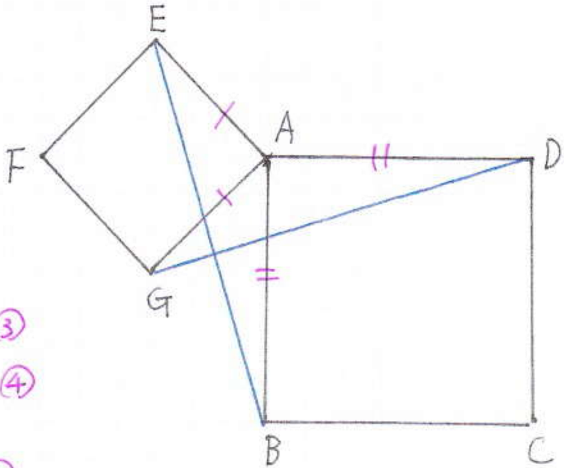
①，②，③より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△APM≡△BPM

したがって　AP＝BP

2 四角形ABCD，EFGAは，ともに正方形である。
このとき，EB＝GDであることを証明しなさい。



△AEBと△AGDにおいて

仮定より　AE＝AG　…①

AB＝AD　…②

また　∠EAB＝90°＋∠GAB　…③

∠GAD＝90°＋∠GAB　…④

③，④より

∠EAB＝∠GAD　…⑤

①，②，⑤より　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△AEB≡△AGD

したがって　EB＝GD