

# 1章 多項式

## 1-3 因数分解

数3-1-3(1)

式や数をいくつかの積の形で表すとき、  
そのひとつひとつを **因数** といいます。

- $12 = \underline{2} \times \underline{6}$  と表すとき 2 と 6 は 12 の因数
- $3ab$  では  $3, a, b$  など は 因数
- $x(x+2)$  では,  $x, x+2$  が 因数

多項式をいくつかの積として表すことを **因数分解** する。

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(乗法公式)}} \\ (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2 \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(分配法則)}} \\ x(3x+1) = 3x^2 + x \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

### ● 共通因数

数3-1-3(2)

多項式の各項に 共通な因数 があるとき、それをかこい外に  
くくり出して, 式を 因数分解 する。

例1

$$\begin{array}{lll} (1) \quad ma + mb & (2) \quad x^2 + 2xy & (3) \quad 4ab + 2a \\ \begin{array}{l} m \text{ が} \\ \text{共通} \\ \text{因数} \end{array} = \underline{m} \times a + \underline{m} \times b & = \underline{x} \times x + \underline{2} \times x \times y & = \underline{2} \times \underline{2} \times a \times b + \underline{2} \times a \times 1 \\ = \underline{m}(a + \square) & = x(\square) & = 2a(\square) \end{array}$$

1 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad ax - bx \quad (2) \quad 5x^2 - 10xy \quad (3) \quad 2x^2y - 2xy$$

$$(4) \quad xy^2 - x^2y \quad (5) \quad 4x^2y - 6xy^2 + 10xy$$

# 1章 多項式 1-3 因数分解

数3-1-3(1)

式や数をいくつかの積の形で表すとき、  
そのひとつひとつを **因数** といいます。

- $12 = \underline{2} \times \underline{6}$  と表すとき 2 と 6 は 12 の因数
- $3ab$  では 3, a, b など は 因数
- $x(x+2)$  では,  $x, x+2$  が 因数

多項式をいくつかの積として表すことを **因数分解** するといふ。

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(乗法公式)}} \\ (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2 \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{展開(分配法則)}} \\ x(3x+1) = 3x^2 + x \\ \xleftarrow{\text{因数分解}} \end{array}$$

## ● 共通因数

数3-1-3(2)

多項式の各項に 共通な因数 があるとき、それをかこい外に  
くり出して、式を 因数分解 する。

例1

$$\begin{array}{lll} (1) \quad ma + mb & (2) \quad x^2 + 2xy & (3) \quad 4ab + 2a \\ \begin{array}{l} m \text{ が} \\ \text{共通} \\ \text{因数} \end{array} = \underline{m} \times a + \underline{m} \times b & = \underline{x} \times x + 2 \times \underline{x} \times y & = 2 \times \underline{2} \times a \times b + \underline{2} \times a \times 1 \\ = \underline{m} (a + \boxed{b}) & = x (\boxed{x+2y}) & = 2a (\boxed{2b+1}) \end{array}$$

1 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{array}{lll} (1) \quad ax - bx & (2) \quad 5x^2 - 10xy & (3) \quad 2x^2y - 2xy \\ \quad \quad x(a-b) & \quad \quad 5x(x-2y) & \quad \quad 2xy(x-1) \\ (4) \quad xy^2 - x^2y & (5) \quad 4x^2y - 6xy^2 + 10xy \\ \quad \quad xy(y-x) & \quad \quad 2xy(2x-3y+5) \end{array}$$

● 公式を利用する因数分解

$(x+2)(x+3)$  を展開すると  $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$   
和 積

この逆が因数分解です。つまり  $x^2 + 5x + 6$  を因数分解すると

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$   
和が5, 積が6 になる2数は、+2と+3

公式1'  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

例2 先に積から考えよう!

(1)  $x^2 + 4x + 3$  を因数分解しなさい。

積が3になる2つの数は  
 $1, 3$  と  $-1, -3$  の2組 → このうち、和が4になるのは  
 $\square$  と  $\square$  であるから  
 $x^2 + 4x + 3 = (x + \square)(x + \square)$

(2)  $x^2 - 7x + 10$  を因数分解しなさい。

右の表の 積が10 になる2数をみて、  
和が-7 になるところに○をつけよう。

積が10	和が-7
1, 10	X
-1, -10	X

$x^2 - 7x + 10 = \square$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 7x + 6$

(2)  $x^2 - 11x + 28$

(3)  $x^2 - 8x + 12$

(4)  $x^2 - 9x + 8$

● 公式を利用する因数分解

$(x+2)(x+3)$  を展開すると  $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$   
和 積

この逆が因数分解です。つまり  $x^2 + 5x + 6$  を因数分解すると

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

和が5, 積が6 になる2数は, +2 と +3

公式1'  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

例2

先に積から考えよう!

(1)  $x^2 + 4x + 3$  を因数分解しなさい。

積が3になる2つの数は 1, 3 と -1, -3 の2組 → このうち, 和が4になるのは 1 と 3 であるから

$x^2 + 4x + 3 = (x + \boxed{1})(x + \boxed{3})$

(2)  $x^2 - 7x + 10$  を因数分解しなさい。

数3-1-3(4)

右の表の積が10になる2数をうち、  
和が-7になるところに○をつけよう。

積が10	和が-7
1, 10	X
-1, -10	X
2, 5	X
-2, -5	○

$x^2 - 7x + 10 = \boxed{(x-2)(x-5)}$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 7x + 6$

$(x+6)(x+1)$

(2)  $x^2 - 11x + 28$

$(x-7)(x-4)$

(3)  $x^2 - 8x + 12$

$(x-6)(x-2)$

(4)  $x^2 - 9x + 8$

$(x-8)(x-1)$

例3

$x^2 + x - 6$  を因数分解しなさい。

数3-1-3(5)

右の表をうめて、積が  $-6$ 、和が  $1$  になるものを見つけよう。

積が $-6$	和が $1$
$1, -6$	$\times$
$-1, 6$	$\times$

$$x^2 + x - 6 = \boxed{\phantom{000}}$$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 2x - 15$

(2)  $x^2 + 3x - 10$

(3)  $x^2 + 2x - 15$

(4)  $x^2 + 9x - 10$

(5)  $a^2 - 7a - 8$

(6)  $y^2 + 5y - 36$

公式2'  $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$

公式3'  $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

数3-1-3(6)

例4

$x^2 + \overset{2a}{10}x + \overset{a^2}{25}$  を公式2' で因数分解してみよう。

$10 = 2 \times 5$ ,  $25 = 5^2$  であるから

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2 \\ &= (x + \boxed{5})^2 \end{aligned}$$

公式1' で

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= (x+5)(x+5) \\ &= (x+5)^2 \text{ である。} \end{aligned}$$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 6x + 9$

(2)  $x^2 + 4x + 4$

(3)  $y^2 + 18y + 81$

(4)  $x^2 - 12x + 36$

(5)  $a^2 - 2a + 1$

(6)  $y^2 - 14y + 49$

例3

$x^2 + x - 6$  を因数分解しなさい。

数3-1-3(5)

右の表をうめて、積が-6, 和が1  
になるものをみつけよう。

積が-6	和が1
1, -6	×
-1, 6	×
2, -3	×
-2, 3	○

$$x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 2x - 15$

$(x-5)(x+3)$

(2)  $x^2 + 3x - 10$

$(x+5)(x-2)$

(3)  $x^2 + 2x - 15$

$(x+5)(x-3)$

(4)  $x^2 + 9x - 10$

$(x+10)(x-1)$

(5)  $a^2 - 7a - 8$

$(a-8)(a+1)$

(6)  $y^2 + 5y - 36$

$(y+9)(y-4)$

公式2'  $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$

公式3'  $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

数3-1-3(6)

例4

$x^2 + 10x + 25$  を公式2' で因数分解してみよう。

$10 = 2 \times 5$ ,  $25 = 5^2$  であるから

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2$

$= (x+5)^2$

公式1' で

$x^2 + 10x + 25$

$= (x+5)(x+5)$

$= (x+5)^2$  である。

4 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 6x + 9$

$(x+3)^2$

(2)  $x^2 + 4x + 4$

$(x+2)^2$

(3)  $y^2 + 18y + 81$

$(y+9)^2$

(4)  $x^2 - 12x + 36$

$(x-6)^2$

(5)  $a^2 - 2a + 1$

$(a-1)^2$

(6)  $y^2 - 14y + 49$

$(y-7)^2$

$$\text{公式'4'} \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

例5

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = \boxed{\phantom{0000}}$$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 36$

(2)  $x^2 - 4$

(3)  $a^2 - 1$

(4)  $x^2 - 100$

(5)  $49 - y^2$

(6)  $-121 + x^2$

因数分解の公式のまとめ

$$\boxed{1} \quad x^2 + (a+b)x + ab = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\boxed{2} \quad x^2 + 2ax + a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\boxed{3} \quad x^2 - 2ax + a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\boxed{4} \quad x^2 - a^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

6 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 10x + 16$

(2)  $x^2 + 8x + 16$

(3)  $x^2 - 8x + 16$

(4)  $x^2 - 16$

(5)  $x^2 - 5x - 24$

(6)  $y^2 - 64$

(7)  $x^2 + 20x + 100$

(8)  $x^2 - 13x + 36$

$$\text{公式'4'} \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

例5

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 36$

$(x+6)(x-6)$

(2)  $x^2 - 4$

$(x+2)(x-2)$

(3)  $a^2 - 1$

$(a+1)(a-1)$

(4)  $x^2 - 100$

$(x+10)(x-10)$

(5)  $49 - y^2$

$(7+y)(7-y)$

(6)  $-121 + x^2$

$(-11+x)(11+x)$

因数分解の公式のまとめ

①  $x^2 + (a+b)x + ab = \underline{(x+a)(x+b)}$

②  $x^2 + 2ax + a^2 = \underline{(x+a)^2}$

③  $x^2 - 2ax + a^2 = \underline{(x-a)^2}$

④  $x^2 - a^2 = \underline{(x+a)(x-a)}$

6 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 10x + 16$

$(x-8)(x-2)$

(2)  $x^2 + 8x + 16$

$(x+4)^2$

(3)  $x^2 - 8x + 16$

$(x-4)^2$

(4)  $x^2 - 16$

$(x+4)(x-4)$

(5)  $x^2 - 5x - 24$

$(x+3)(x-8)$

(6)  $y^2 - 64$

$(y+8)(y-8)$

(7)  $x^2 + 20x + 100$

$(x+10)^2$

(8)  $x^2 - 13x + 36$

$(x-4)(x-9)$

補充問題 A

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $ab + ac$

(2)  $2ac + 8bc$

(3)  $x^2 + 2xy$

(4)  $3xy + 5xz - 2x$

(5)  $x^2 + 7x + 10$

(6)  $x^2 - 8x + 12$

(7)  $x^2 - 7x - 8$

(8)  $a^2 - 6a + 9$

(9)  $a^2 - 1$

(10)  $64 - y^2$

(11)  $x^2 + 2x + 1$

(12)  $x^2 + 4x - 45$

補充問題 B

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $2ax + 4bx - 6x$

(2)  $-5x^2y - 8xy^2 + xy$   
2行とも共通因数にします。

(3)  $x^2 + 3xy + 2y^2$

(4)  $a^2 + 10ab + 21b^2$

(5)  $x^2y^2 - 7xy + 6$

(6)  $x^2 + 14xy + 49y^2$

(7)  $4x^2 - 20x + 25$

(8)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

(9)  $9x^2 - 64y^2$

(10)  $4a^2b^2 - 9c^2$

補充問題 A

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $ab + ac$

$a(b+c)$

(2)  $2ac + 8bc$

$2c(a+4b)$

(3)  $x^2 + 2xy$

$x(x+2y)$

(4)  $3xy + 5xz - 2x$

$x(3y+5z-2)$

(5)  $x^2 + 7x + 10$

$(x+5)(x+2)$

(6)  $x^2 - 8x + 12$

$(x-6)(x-2)$

(7)  $x^2 - 7x - 8$

$(x-8)(x+1)$

(8)  $a^2 - 6a + 9$

$(a-3)^2$

(9)  $a^2 - 1$

$(a+1)(a-1)$

(10)  $64 - y^2$

$(8+y)(8-y)$

(11)  $x^2 + 2x + 1$

$(x+1)^2$

(12)  $x^2 + 4x - 45$

$(x+9)(x-5)$

補充問題 B

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $2ax + 4bx - 6x$

$2x(a+2b-3)$

(2)  $-5x^2y - 8xy^2 + xy$

2行とも共通因数にします。

$-xy(5x+8y-1)$

(3)  $x^2 + 3xy + 2y^2$

$(x+y)(x+2y)$

(4)  $a^2 + 10ab + 21b^2$

$(a+3b)(a+7b)$

(5)  $x^2y^2 - 7xy + 6$

$(xy-6)(xy-1)$

(6)  $x^2 + 14xy + 49y^2$

$(x+7y)^2$

(7)  $4x^2 - 20x + 25$

$(2x-5)^2$

(8)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

$(2x-3y)^2$

(9)  $9x^2 - 64y^2$

$(3x+8y)(3x-8y)$

(10)  $4a^2b^2 - 9c^2$

$(2ab+3c)(2ab-3c)$