1章 多項式

1-4 いろいろな因数分解／式の計算の利用

いろいろな因数分解

復習問題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab-5a$　　(2) $x^2-12x+27$

(3) $x^2+4x-32$　　(4) y^2+2y+1

(5) $x^2-10x+25$　　(6) x^2-49

◀例1▶

$2x^2+10x+12$ を因数分解しなさい。

①共通因数がある時は、共通因数でくくる！

$2x^2+10x+12$

$= 2(\boxed{})$

②かっこの中を因数分解する

$= 2(\boxed{})(\boxed{})$

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2+16x+24$　　(2) $3x^2+18x-48$

(3) $3x^2-18x+27$　　(4) $-2x^2+24x-72$

(5) $3a^2-27$　　(6) $4x^2-64$

1章 多項式

1-4 いろいろな因数分解／式の計算の利用

いろいろな因数分解

復習問題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab-5a$
$a(b-5)$

(2) $x^2-12x+27$
$(x-3)(x-9)$

(3) $x^2+4x-32$
$(x+8)(x-4)$

(4) y^2+2y+1
$(y+1)^2$

(5) $x^2-10x+25$
$(x-5)^2$

(6) x^2-49
$(x+7)(x-7)$

◀例1▶

$2x^2+10x+12$ を因数分解しなさい。

①共通因数がある時は、共通因数でくくる！

$2x^2+10x+12$

$= 2(\boxed{x^2+5x+6})$ ②かっこの中を因数分解する

$= 2(\boxed{x+2})(\boxed{x+3})$

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2+16x+24$
$=2(x^2+8x+12)$
$=2(x+2)(x+6)$

(2) $3x^2+18x-48$
$=3(x^2+6x-16)$
$=3(x+8)(x-2)$

(3) $3x^2-18x+27$
$=3(x^2-6x+9)$
$=3(x-3)^2$

(4) $-2x^2+24x-72$
$=-2(x^2-12x+36)$
$=-2(x-6)^2$

(5) $3a^2-27$
$=3(a^2-9)$
$=3(a+3)(a-3)$

(6) $4x^2-64$
$=4(x^2-16)$
$=4(x+4)(x-4)$

◀例2▶

$4x^2+4x+1$

$=(2x)^2+2\times1\times2x+1^2$

$=\boxed{}$

公式2′

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $9x^2+6x+1$　　(2) $x^2-20xy+100y^2$

(3) x^2-64y^2　　(4) $4x^2-25y^2$

(5) $27a^2c-12b^2c$　　(6) $-12x^2+12x-3$

◀例3▶

$(x+y)^2+2(x+y)-3$ を因数分解しなさい。

$x+y$ を1つの文字に置きかえて考えます。

$x+y=A$ とする

$(x+y)^2+2(x+y)-3=A^2+2A-3$

$=(\boxed{})(\boxed{})$

因数分解する

大文字にまどわされないよう！

a^2+2a-3 と同じ

A を $x+y$ にもどす

$=(\boxed{})(\boxed{})$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(a+b)^2+5(a+b)+6$　　(2) $(x+5)^2-6(x+5)+9$

◀例2▶

$4x^2+4x+1$

$=(\underline{2x})^2+2\times\underline{1}\times\underline{2x}+\underline{1}^2$

$=\boxed{(2x+1)^2}$

公式2′

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$\boxed{2}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $9x^2+6x+1$

$(3x+1)^2$

(2) $x^2-20xy+100y^2$

$(x-10y)^2$

(3) x^2-64y^2

$(x+8y)(x-8y)$

(4) $4x^2-25y^2$

$(2x+5y)(2x-5y)$

(5) $27a^2c-12b^2c$

$=3c(9a^2-4b^2)$

$=3c(3a+2b)(3a-2b)$

(6) $-12x^2+12x-3$

$=-3(4x^2-4x+1)$

$=-3(2x-1)^2$

◀例3▶

$(x+y)^2+2(x+y)-3$ を因数分解しなさい。

$x+y$ を1つの文字に置きかえて考えます。

$x+y=A$ とする

$(\underline{x+y})^2+2(\underline{x+y})-3=A^2+2A-3$

$=(\boxed{A+3})(\boxed{A-1})$

因数分解する

大文字にまどわされないよう!

a^2+2a-3 と同じ

A を $x+y$ にもどす

$=(\boxed{x+y+3})(\boxed{x+y-1})$

$\boxed{3}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(a+b)^2+5(a+b)+6$

$(a+b+3)(a+b+2)$

(2) $(x+5)^2-6(x+5)+9$

$=\{(x+5)-3\}^2$

$=(x+2)^2$

式の計算の利用

展開や因数分解を利用して，数の計算を簡単にしよう。

◀例4▶

(1) 35^2-15^2　　公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用

$=(35+15)\times(\boxed{})$

$=50\times\boxed{}=1000$

(2) 99^2　　公式 $(a-b)^2=a^2+2ab+b^2$ を利用

$=(\underbrace{100}_{a}-\underbrace{1}_{b})^2=\underbrace{100}_{a}{}^2-2\times\underbrace{100}_{a}\times\underbrace{1}_{b}+\underbrace{1}_{b}{}^2=\boxed{}$

4 次の式を，くふうして計算しなさい。

(1) 67^2-33^2　　(2) 43×37　　(3) 102^2

◀例5▶

$x=43$ のとき，x^2-6x+9 の式の値を求めなさい。

直接代入しても出来るが，式を因数分解してから代入するのがよい。

$x^2-6x+9=(\boxed{})^2$ ← 因数分解する

$=(\boxed{})^2$ ← x に43を代入する

$=\boxed{}^2$ ← かっこの中を計算する

$=1600$

5 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=78,\ y=38$ のとき　$x^2-2xy+y^2$ の値

(2) $x=16$ のとき　$x^2-3x-28$ の値

◎ 式の計算の利用

展開や因数分解を利用して，数の計算を簡単にしよう。

◀例4▶

(1) 35^2-15^2　　公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用

$=(35+15)\times(\boxed{35-15})$

$=50\times\boxed{20}=1000$

(2) 99^2　　公式 $(a-b)^2=a^2+2ab+b^2$ を利用

$=(\underset{a}{\underline{100}}-\underset{b}{\underline{1}})^2=\underset{a}{\underline{100}}^2-2\times\underset{a}{\underline{100}}\times\underset{b}{\underline{1}}+\underset{b}{\underline{1}}^2=\boxed{9801}$

$\boxed{4}$ 次の式を，くふうして計算しなさい。

(1) 67^2-33^2

$=(67+33)\times(67-33)$

$=100\times34$

$=3400$

(2) 43×37

$=(40+3)\times(40-3)$

$=40^2-3^2$

$=1600-9$

$=1591$

(3) 102^2

$=(100+2)^2$

$=100^2+2\times2\times100+2^2$

$=10000+400+4$

$=10404$

◀例5▶

$x=43$ のとき，x^2-6x+9 の式の値を求めなさい。

直接代入しても出来るが，式を因数分解してから代入するのがよい。

$x^2-6x+9=(\boxed{x-3})^2$　← 因数分解する

$=(\boxed{43-3})^2$　← x に43を代入する

$=\boxed{40}^2$　← かっこの中を計算する

$=1600$

$\boxed{5}$ 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=78,\ y=38$ のとき

$x^2-2xy+y^2$ の値

$=(x-y)^2$

$=(78-38)^2$

$=40^2$

$=1600$

(2) $x=16$ のとき

$x^2-3x-28$ の値

$(x+4)(x-7)$

$=(16+4)\times(16-7)$

$=20\times9$

$=180$

◀例6▶ 連続する2つの奇数では，大きいほうの奇数の平方から小さいほうの奇数の平方をひいた差は 8の倍数になる．

このことを証明しなさい。

復習 文字を使った説明

偶数 → $2n$，$2m$ …

奇数 → $2n-1$，$2m+1$ …

8の倍数 … $8n$，$8m$ …

2つの続いた奇数は，整数 n を使って

$2n-1$ ，$\boxed{}$ と表される．

2ふえる

大きい奇数の平方から，小さい奇数の平方をひいた差は $\boxed{()}^2 - (2n-1)^2$

展開する

$= \boxed{} - (4n^2-4n+1)$

かっこをはずす

$= 4n^2+4n+1-4n^2+4n-1$

まとめる

$= \boxed{}$

となり，8の倍数になる．

$\boxed{6}$

2つの続いた奇数の積に1を加えると，4の倍数になる．

このことを証明しなさい。

◀例6▶ 連続する2つの奇数では，大きいほうの奇数の平方から小さいほうの奇数の平方をひいた差は 8の倍数になる。

このことを証明しなさい。

復習 文字を使った説明

偶数 → 2n，2m…

奇数 → 2n−1，2m+1…

8の倍数…8n，8m…

2つの続いた奇数は，整数nを使って

$2n-1$， $\boxed{2n+1}$ と表される。

2ふえる

大きい奇数の平方から，小さい奇数の平方をひいた差は

$$\boxed{(2n+1)}^2-(2n-1)^2$$

展開する

$$=\boxed{4n^2+4n+1}-(4n^2-4n+1)$$

かっこをはずす

$$=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1$$

まとめる

$$=\boxed{8n}$$

となり，8の倍数になる。

$\boxed{6}$

2つの続いた奇数の積に1を加えると，4の倍数になる。

このことを証明しなさい。

2つの続いた奇数を $2n-1$，$2n+1$ とする（nは整数）

$$(2n-1)(2n+1)+1$$

$$=4n^2-1+1$$

$$=4n^2$$

nは整数だから $4n^2$ は4の倍数

したがって 2つの続いた奇数の積に1を加えると4の倍数になる

補充問題A

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2+3ax-10a$

(2) $4ax^2-24ax+36a$

(3) a^2b-bc^2

(4) $9x^2-30x+25$

(5) $(x-y)^2-25$

(6) $(a+b)x-(a+b)y$

(7) $a(x+y)-bx-by$

(8) $4x^2-4x+1-y^2$

2 次の式をくふうして，計算しなさい。

(1) 5.2×4.8

(2) $55^2\times3.14-45^2\times3.14$

3 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=64$のとき

$x^2+12x+36$ の値

(2) $x=4.75$, $y=1.25$ のとき

x^2-y^2 の値

補充問題A

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2+3ax-10a$
$=a(x^2+3x-10)$
$=a(x+5)(x-2)$

(2) $4ax^2-24ax+36a$
$=4a(x^2-6x+9)$
$=4a(x-3)^2$

(3) a^2b-bc^2
$=b(a^2-c^2)$
$=b(a+c)(a-c)$

(4) $9x^2-30x+25$
$=(3x-5)^2$

(5) $(x-y)^2-25$
$=(x-y)^2-5^2$
$=(x-y+5)(x-y-5)$

(6) $(a+b)x-(a+b)y$
$=(a+b)(x-y)$

(7) $a(x+y)-bx-by$
$=a(x+y)-b(x+y)$
$=(a-b)(x+y)$

(8) $4x^2-4x+1-y^2$
$=(2x-1)^2-y^2$
$=(2x+y-1)(2x-y-1)$

2 次の式をくふうして，計算しなさい。

(1) 5.2×4.8
$=(5+0.2)\times(5-0.2)$
$=5^2-0.2^2$
$=25-0.04$
$=24.96$

(2) $55^2\times3.14-45^2\times3.14$
$=3.14\times(55^2-45^2)$
$=3.14\times(55+45)\times(55-45)$
$=3.14\times100\times10$
$=3140$

3 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=64$ のとき
$x^2+12x+36$ の値
与式 $=(x+6)^2$
$=(64+6)^2$
$=70^2$
$=4900$

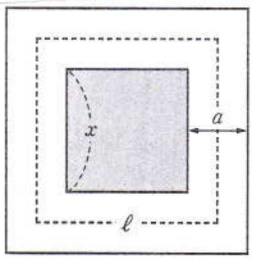
(2) $x=4.75$, $y=1.25$ のとき
x^2-y^2 の値
$(x+y)(x-y)$
$=(4.75+1.25)\times(4.75-1.25)$
$=6\times3.5$
$=21$

補充問題B

1 $x+y=4$, $xy=-2$ のとき, x^2+y^2 の値を求めなさい。

2 3つの続いた整数では, 真ん中の整数と最大の整数の積から真ん中の整数と最小の整数の積をひくと, 真ん中の整数の2倍に等しくなる。このことを証明しなさい。

3 右の図のように, 1辺の長さが x の正方形の土地の周囲に幅 a の道がある. この道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき, 次の問に答えなさい。



(1) ℓ の長さを x と a を使った式で表しなさい。

(2) この道の面積を S とするとき, $S=a\ell$ と表せることを証明しなさい。

補充問題 B

$\boxed{1}$ $x+y=4$, $xy=-2$ のとき, x^2+y^2 の値を求めなさい。

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$
$$=(4)^2-2\times(-2)$$
$$=16+4$$
$$=20$$

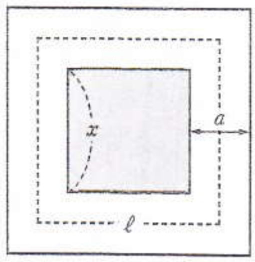
$\boxed{2}$ 3つの続いた整数では, 真ん中の整数と最大の整数の積から真ん中の整数と最小の整数の積をひくと, 真ん中の整数の2倍に等しくなる。このことを証明しなさい。

3つの続いた整数を $n-1$, n, $n+1$ とすると

$$n(n+1)-n(n-1)$$
$$=n^2+n-n^2+n$$
$$=2n$$ となるので

真ん中の整数の2倍に等しくなる

$\boxed{3}$ 右の図のように, 1辺の長さが x の正方形の土地の周囲に幅 a の道がある. この道のまん中を通る線の長さを l とするとき, 次の問に答えなさい。



(1) l の長さを x と a を使った式で表しなさい。

$l=4(x+a)$, $l=4x+4a$

(2) この道の面積を S とするとき, $S=al$ と表せることを証明しなさい。

$$S=(x+2a)^2-x^2$$
$$=(x^2+4ax+4a^2)-x^2$$
$$=4ax+4a^2$$
$$=a(4x+4a)$$

(1)より $4x+4a=l$ より

$$S=al$$