2章 平方根

2-1 平方根

● 平方根とは…

2乗(平方)すると a になる数を a の平方根という.

たとえば -3 も 3 も 2乗すると 9 になるので

9の平方根は -3 と 3 の2つ　まとめて ± 3 と書いてもよい

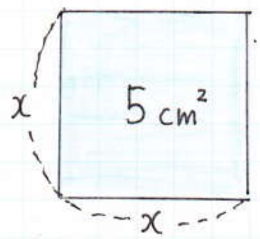
$\boxed{1}$ 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 25　　(2) 49　　(3) $\frac{4}{25}$　　(4) 0.09

$\boxed{1}$ 正の数には平方根が2つあって, 絶対値が等しく, 符号が異なる.

$\boxed{2}$ 0の平方根は0だけである.

面積が $5\,cm^2$ の正方形の1辺の長さを $x\,cm$ とすると $x^2=5$ という式が成り立つ.



2乗して5になる数(5の平方根)

このように, 平方根が整数や分数で表せないときは,

根号(記号 $\sqrt{\ }$)を使って表します.　$\sqrt{5}$ → ルート5 と読む

5の平方根は $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$

この正方形の1辺の長さは正の数なので $\sqrt{5}$ cm です.

a が正の数であるとき

a の平方根は $\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ ($\pm\sqrt{a}$)

2章 平方根

2-1 平方根

● 平方根とは...

2乗(平方)すると a になる数を a の平方根という.

たとえば -3 も 3 も 2乗すると 9 になるので

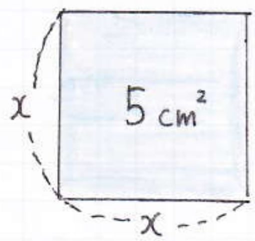
9の平方根は -3 と 3 の 2つ　まとめて ± 3 と書いてもよい

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 25　± 5　(2) 49　± 7　(3) $\frac{4}{25}$　$\pm\frac{2}{5}$　(4) 0.09　± 0.3

1. 正の数には平方根が2つあって，絶対値が等しく，符号が異なる.
2. 0の平方根は0だけである.

数3-2-1(2)



面積が $5\,\mathrm{cm}^2$ の正方形の1辺の長さを x cmとすると　$x^2=5$　という式が成り立つ.

2乗して5になる数(5の平方根)

このように，平方根が整数や分数で表せないときは，根号(記号 $\sqrt{}$)を使って表します.　$\sqrt{5}$ → ルート5 と読む

5の平方根は $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$

この正方形の1辺の長さは正の数なので　$\sqrt{5}$ cm です.

a が正の数であるとき

a の平方根は $\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$　($\pm\sqrt{a}$)

2 根号を使って，次の数の平方根を求めなさい。

(1) 7　　(2) 10　　(3) 1.3　　(4) $\frac{2}{11}$

たとえば　9の平方根は　3と-3，$\sqrt{9}$と$-\sqrt{9}$

つまり　$3=\sqrt{9}$，$-3=-\sqrt{9}$

根号は，使わずに表せるものは使わずに！

3 次の数を，根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{25}$　　(2) $-\sqrt{25}$　　(3) $\sqrt{64}$　　(4) $-\sqrt{100}$

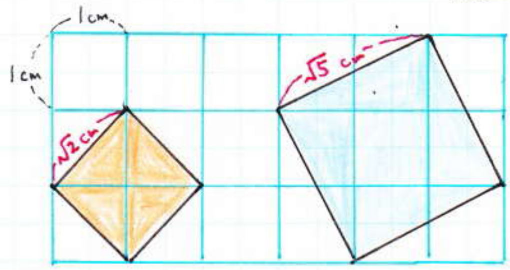
(5) $-\sqrt{36}$　　(6) $\sqrt{1}$　　(7) $\sqrt{0.16}$　　(8) $-\sqrt{121}$

(9) $\sqrt{\frac{4}{9}}$　　(10) $\sqrt{(-3)^2}$　　(11) $-\sqrt{7^2}$　　(12) $(\sqrt{21})^2$

平方根の大小

$\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$はどちらが大きいか？

右の図のように$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$の大きさは正方形の1辺から求められます。



この図から　$\sqrt{2}<\sqrt{5}$

a，bが正の数で，a<bならば
$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

5と$\sqrt{21}$の大小

それぞれを2乗して比べます。

$5^2=25$，　$(\sqrt{21})^2=\boxed{}$

$25\ \boxed{}\ 21$　だから　$\sqrt{25}\ \boxed{}\ \sqrt{21}$

↑不等号を↓

すなわち　$5\ \boxed{}\ \sqrt{21}$

数3-2-1(3)

$\boxed{2}$ 根号を使って，次の数の平方根を求めなさい。

(1) 7　$\pm\sqrt{7}$　(2) 10　$\pm\sqrt{10}$　(3) 1.3　$\pm\sqrt{1.3}$　(4) $\frac{2}{11}$　$\pm\sqrt{\frac{2}{11}}$

たとえば　9の平方根は　3と-3，$\sqrt{9}$と$-\sqrt{9}$

つまり　$3=\sqrt{9}$，$-3=-\sqrt{9}$

根号は，使わずに表せるものは使わずに！

$\boxed{3}$ 次の数を，根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{25}=5$　(2) $-\sqrt{25}=-5$　(3) $\sqrt{64}=8$　(4) $-\sqrt{100}=-10$

(5) $-\sqrt{36}=-6$　(6) $\sqrt{1}=1$　(7) $\sqrt{0.16}=0.4$　(8) $-\sqrt{121}=-11$

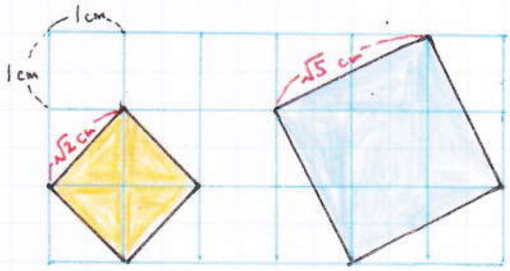
(9) $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$　(10) $\sqrt{(-3)^2}=3$　(11) $-\sqrt{7^2}=-7$　(12) $(\sqrt{21})^2=21$

数3-2-1(4)

● 平方根の大小

$\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$はどちらが大きいか？

右の図のように$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$の大きさは正方形の1辺から求められます。



この図から　$\sqrt{2}<\sqrt{5}$

a，bが正の数で，$a<b$ならば
$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

5と$\sqrt{21}$の大小

それぞれを2乗して比べます。

$5^2=25$，$(\sqrt{21})^2=\boxed{21}$

$25\boxed{>}21$　だから　$\sqrt{25}\boxed{>}\sqrt{21}$

不等号を

すなわち　$5\boxed{>}\sqrt{21}$

4 次の各組の大小を，不等号を使って表しなさい。

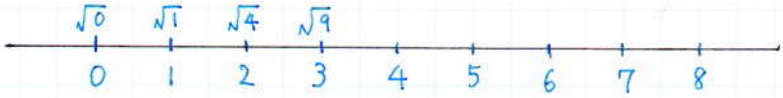
(1) 3, $\sqrt{8}$　　(2) $-\sqrt{13}$, $-\sqrt{10}$　　(3) $\sqrt{40}$, 7

(4) 3, 4, $\sqrt{10}$　　(5) $-\sqrt{67}$, -8, -9

5 次の問に答えなさい。

(1) $3 < \sqrt{a} < 4$ をみたす自然数 a を，すべて求めなさい。

(2) $\sqrt{31}$ の整数部分を求めなさい。



有理数と無理数

数3-2-1(6)

$5 = \frac{5}{1}$,　$0.5 = \frac{1}{2}$ のように，

分数の形で表せる数を**有理数**という。

$\sqrt{2}$ は小数で表すと かぎりなく続き，

分数で表すことができないことがわかっている。

このような数を**無理数**という。

$\sqrt{5}$ や $\sqrt{7}$，円周率 π なども

無理数である。$\sqrt{9}$ は $\sqrt{9} = 3$ なので

有理数といえます。

平方根の近似値

$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41421356\cdots$
（一夜一夜に 人見ごろ）

$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.7320508\cdots$
（人並みに おごれや）

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.2360679\cdots$
（富士山ろく おうむ鳴く）

6 下の数のなかから，無理数を選びなさい。

㋐ -3　㋑ $\sqrt{11}$　㋒ $\sqrt{49}$　㋓ 2π　㋔ -0.3

$\boxed{4}$ 次の各組の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1) $3,\ \sqrt{8}$ (2) $-\sqrt{13},\ -\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{40},\ 7$

$3 > \sqrt{8}$ 　 $-\sqrt{13} < -\sqrt{10}$ 　 $\sqrt{40} < 7$

(4) $3,\ 4,\ \sqrt{10}$ (5) $-\sqrt{67},\ -8,\ -9$

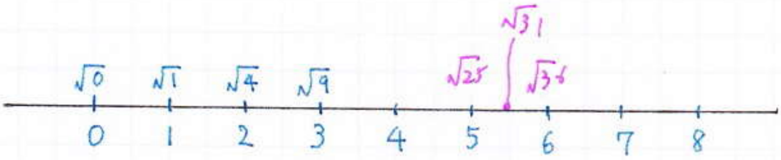
$3 < \sqrt{10} < 4$ 　 $-9 < -\sqrt{67} < -8$

$\boxed{5}$ 次の問に答えなさい。

(1) $3 < \sqrt{a} < 4$ をみたす自然数 a を，すべて求めなさい。

2乗して $9 < a < 16$ 　 10, 11, 12, 13, 14, 15

(2) $\sqrt{31}$ の整数部分を求めなさい。 5



● 有理数と無理数

$5 = \frac{5}{1}$ ， $0.5 = \frac{1}{2}$ のように，
分数の形で表せる数を有理数という。
$\sqrt{2}$ は小数で表すとかぎりなく続き，
分数で表すことができないことがわかっている。
このような数を無理数という。
$\sqrt{5}$ や $\sqrt{7}$，円周率 π なども
無理数である。$\sqrt{9}$ は $\sqrt{9} = 3$ なので
有理数といえます。

平方根の近似値

$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41421356\cdots$
（一夜一夜に人見ごろ）

$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.7320508\cdots$
（人並みにおごれや）

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.2360679\cdots$
（富士山ろくおうむ鳴く）

$\boxed{6}$ 下の数のなかから，無理数を選びなさい。

㋐ -3 　 ㋑ $\sqrt{11}$ 　 ㋒ $\sqrt{49}$ 　 ㋓ 2π 　 ㋔ -0.3

㋑と㋓

補充問題A

1 次の数の平方根を求めなさい。(根号は必要な時だけ使うこと)

(1) 4　(2) 0　(3) 35　(4) 1600

(5) 0.1　(6) 0.01　(7) $\frac{9}{100}$　(8) $\frac{3}{10}$

2 次の数を求めなさい。

(1) $(\sqrt{3})^2$　(2) $(-\sqrt{49})^2$　(3) $-\sqrt{36}$

(4) $\sqrt{0.25}$　(5) $-\sqrt{\frac{9}{16}}$　(6) $\sqrt{5^2}$

(7) $-\sqrt{11^2}$　(8) $\sqrt{(-12)^2}$

3 次の各組の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{50}$, 7　(2) 0.6 , $\sqrt{0.6}$

(3) $-\frac{3}{2}$, $-\sqrt{2.5}$　(4) -13 , $-\sqrt{165}$, $-\sqrt{172}$

4 次の式をみたす自然数 a を，すべて求めなさい。

(1) $7 < \sqrt{a} < \sqrt{55}$　(2) $7.5 < \sqrt{a} < 8$

補充問題A

1 次の数の平方根を求めなさい。（根号は必要な時だけ使うこと）

(1) 4　± 2　(2) 0　0　(3) 35　$\pm\sqrt{35}$　(4) 1600　± 40

(5) 0.1　$\pm\sqrt{0.1}$　(6) 0.01　± 0.1　(7) $\frac{9}{100}$　$\pm\frac{3}{10}$　(8) $\frac{3}{10}$　$\pm\sqrt{\frac{3}{10}}$

2 次の数を求めなさい。

(1) $(\sqrt{3})^2$　3　(2) $(-\sqrt{49})^2$　49　(3) $-\sqrt{36}$　-6

(4) $\sqrt{0.25}$　0.5　(5) $-\sqrt{\frac{9}{16}}$　$-\frac{3}{4}$　(6) $\sqrt{5^2}$　5

(7) $-\sqrt{11^2}$　-11　(8) $\sqrt{(-12)^2}$　12

3 次の各組の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{50}$, 7

$\sqrt{50} > 7$

(2) 0.6 , $\sqrt{0.6}$

$0.6 < \sqrt{0.6}$

(3) $-\frac{3}{2}$, $-\sqrt{2.5}$

$-\frac{3}{2} > -\sqrt{2.5}$

(4) -13 , $-\sqrt{165}$, $-\sqrt{172}$

$-\sqrt{172} < -13 < -\sqrt{165}$

4 次の式をみたす自然数 a を，すべて求めなさい。

(1) $7 < \sqrt{a} < \sqrt{55}$

$49 < a < 55$

50, 51, 52, 53, 54

(2) $7.5 < \sqrt{a} < 8$

$56.25 < a < 64$

57, 58, 59, 60, 61, 62, 63

補充問題B

1 次の各問に答えなさい。

(1) n は 0 から 10 までの整数とします．$\sqrt{n}$ が無理数になるときの n の値をすべて求めなさい。

(2) $\sqrt{20} < a < \sqrt{80}$ となる自然数 a の値をすべて求めなさい。

(3) $\sqrt{14-a}$ が整数となる自然数 a の値をすべて求めなさい。

(4) $\sqrt{77}$ は，どのような連続する2つの整数の間にありますか。

2

$\frac{1}{3}$ を小数で表すと $\frac{1}{3} = 0.3333\cdots$ のように無限小数になる。

$\frac{2}{7} = 0.\underbrace{285714}\,\underbrace{285714}\,\underbrace{285714}\cdots$ と 285714 が限りなく続く。

このような無限小数を**循環小数**といい，循環する部分のはじめと終わりの数字の上に・をつけて

$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$　　$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$　と表します。

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$，$0.\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{99}$，$0.\dot{0}0\dot{1} = \frac{1}{999}$　です。

(1) $0.\dot{1}\dot{3}$ を分数で表しなさい。

(2) $\frac{8}{11}$ を循環小数で表しなさい。

補充問題B

1 次の各問に答えなさい。

(1) n は 0 から 10 までの整数とします。$\sqrt{n}$ が無理数になるときの n の値をすべて求めなさい。 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10

(2) $\sqrt{20} < a < \sqrt{80}$ となる自然数 a の値をすべて求めなさい。

$20 < a^2 < 80$　　5, 6, 7, 8

(3) $\sqrt{14-a}$ が整数となる自然数 a の値をすべて求めなさい。

$\sqrt{0}$ のとき $a = 14$　$\sqrt{4}$ のとき $a = 10$　　5, 10, 13, 14

$\sqrt{1}$ のとき $a = 13$　$\sqrt{9}$ のとき $a = 5$

(4) $\sqrt{77}$ は，どのような連続する2つの整数の間にありますか。

$\sqrt{64} < \sqrt{77} < \sqrt{81}$

$8 < \sqrt{77} < 9$　　8と9

2

$\frac{1}{3}$ を小数で表すと $\frac{1}{3} = 0.3333\cdots$ のように無限小数になる。

$\frac{2}{7} = 0.\underbrace{285714}\underbrace{285714}\underbrace{285714}\cdots$ と 285714 が限りなく続く。

このような無限小数を循環小数といい，循環する部分のはじめと終わりの数字の上に・をつけて

$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$　　$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$　と表します。

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$，$0.0\dot{1} = \frac{1}{99}$，$0.00\dot{1} = \frac{1}{999}$ です。

(1) $0.\dot{1}\dot{3}$ を分数で表しなさい。 $\frac{13}{99}$

(2) $\frac{8}{11}$ を循環小数で表しなさい。

$0.\dot{7}\dot{2}$