

2章 平方根

2-2 素因数分解

素数 --- 1とその数以外に約数をもたない数 (約数が2つ)

5の約数 ... 1, 5 → 素数

8の約数 ... 1, 2, 4, 8 → 素数ではない

* 1は素数ではない。

1 素数を○で囲みなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

1を消す

2以外の2の倍数を消す

3以外の3の倍数を消す

5以外の5の倍数を消す

⋮

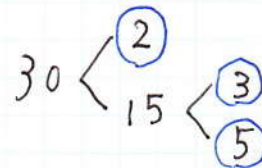
$12 = \textcircled{2} \times \underline{6}$ と表せるので、2と6は12の**因数**である。
2は素数だが、6は素数ではない。

$12 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} = 2 \times 3^2$ のように、すべて素数の因数を**素因数**といいます。

自然数を素因数の積に分解することを**素因数分解**という。

30を素因数に分解すると

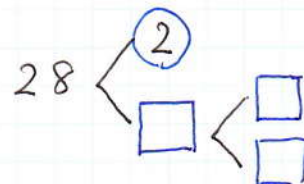
$$30 = 2 \times 3 \times \square$$



28を素因数分解すると

$$28 = 2 \times \square \times \square$$

$$= \square$$



^ 指数を用いて表す

2章 平方根

2-2 素因数分解

素数 --- 1とその数以外に約数をもたない数 (約数が2つ)

5の約数 ... 1, 5 → 素数

8の約数 ... 1, 2, 4, 8 → 素数ではない

* 1は素数ではない。

1 素数を○で囲みなさい。

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑰	18	⑱	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
㉓	32	33	34	35	36	㉗	38	39	40
㉙	42	㉛	44	45	46	㉝	48	49	50

1を消す

2以外の2の倍数を消す

3以外の3の倍数を消す

5以外の5の倍数を消す

$12 = \textcircled{2} \times \underline{6}$ と表せるので、2と6は12の**因数**である。

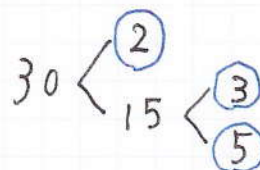
2は素数だが、6は素数ではない。

$12 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} = 2 \times 3^2$ のように、すべて素数の因数を**素因数**といいます。

自然数を素因数の積に分解することを**素因数分解**という。

30を素因数に分解すると

$$30 = 2 \times 3 \times \boxed{5}$$

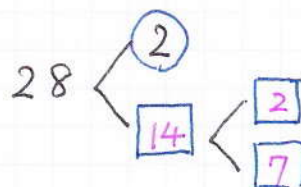


28を素因数分解すると

$$28 = 2 \times \boxed{2} \times \boxed{7}$$

$$= \boxed{2^2 \times 7}$$

指数を使って表す



◀例1▶ 84を素因数分解しなさい。

2) 84	← 84をできるだけ小さい素数でわる
	2) 42	← 42をできるだけ小さい素数でわる
	3) 	← 21をできるだけ小さい素数でわる
		← 素数なので終了

84 =

2 次の数を素因数分解しなさい。

- (1) 18 (2) 42 (3) 63 (4) 110

◀例2▶ 144の平方根を、素因数分解を利用して求めなさい。

2) 144
2) 72
2) 36
2) 18
3) 9
	3

$$\begin{aligned}
 144 &= 2^4 \times 3^2 \\
 &= 2^2 \times \boxed{} \times 3^2 \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{すべて} \\ \text{2乗(平方)の形にする} \end{matrix} \\
 &= (2 \times 2 \times 3)^2 \quad \leftarrow (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) \\
 &= \boxed{}^2
 \end{aligned}$$

よって 144の平方根は

復習
 $25 = 5^2$
 25の平方根は ± 5

* 144はどんな数の平方ですか。
 という問のときは
12の平方(2乗) と答える

2乗すると
 aになる数を
 aの平方根という

◀例1▶ 84を素因数分解しなさい。

$\begin{array}{r} 2 \overline{)84} \\ 2 \overline{)42} \\ 3 \overline{)21} \\ \quad 7 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} 84 \div 2 \\ 42 \div 2 \\ 21 \div 3 \end{array} \right\}$	<p>← 84をできるだけ小さい素数でわる</p> <p>← 42をできるだけ小さい素数でわる</p> <p>← 21をできるだけ小さい素数でわる</p> <p>← 素数がaで終了</p>
--	--	--

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

2 次の数を素因数分解しなさい。

- (1) 18 (2) 42 (3) 63 (4) 110

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ \quad 3 \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)42} \\ 3 \overline{)21} \\ \quad 7 \end{array}$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ \quad 7 \end{array}$$

$$63 = 3^2 \times 7$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)110} \\ 5 \overline{)55} \\ \quad 11 \end{array}$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

◀例2▶ 144の平方根を、素因数分解を利用して求めなさい。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)144} \\ 2 \overline{)72} \\ 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 144 &= 2^4 \times 3^2 \\ &= 2^2 \times \boxed{2^2} \times 3^2 \\ &= (2 \times 2 \times 3)^2 \\ &= \boxed{12}^2 \end{aligned}$$

可なり? ← 2乗(平方)の形にする
 $(2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

よって 144の平方根は $\boxed{\pm 12}$

復習
 $25 = 5^2$
 25の平方根は ± 5

* 144はどんな数の平方ですか。

という問のときは

12の平方(2乗) と答える

2乗すると
 aになる数を
 aの平方根という

3 次の数の平方根を、素因数分解を利用して求めなさい。

(1) 324

(2) 484

◀例3▶

63にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の2乗にしたい。どんな数をかければよいか。また、その結果はどんな数の2乗になりますか。

(解答)

$$63 = 3^2 \times 7$$

これをある自然数の2乗にするには

$$3^2 \times 7 \text{ に } \square \text{ をかければ, } 3^2 \times 7^2 = \square \text{ になる}$$

(答) \square をかけると \square の2乗になる

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

4 次の問に答えなさい。

(1) 75にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。
どんな数をかければよいか。またその結果はどんな数の2乗になるか。

(2) 160にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。
どんな数をかければよいか。

3 次の数の平方根を、素因数分解を利用して求めなさい。

(1) 324

$$2^2 \times 3^2 \times 3^2 = 18^2$$

±18

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)324} \\ 2 \overline{)162} \\ 3 \overline{)81} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

(2) 484

$$2^2 \times 11^2 = 22^2$$

±22

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)484} \\ 2 \overline{)242} \\ 11 \overline{)121} \\ 11 \end{array}$$

◀例3▶

63にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の2乗にしたい。どんな数をかければよいか。 また、その結果はどんな数の2乗になるか。

(解答)

$$63 = 3^2 \times 7$$

これをある自然数の2乗にするには

$$3^2 \times 7 \text{ に } \boxed{7} \text{ をかければ, } 3^2 \times 7^2 = \boxed{21^2} \text{ になる}$$

(答) 7 をかけると 21 の2乗になる

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

4 次の問に答えなさい。

(1) 75にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。
どんな数をかければよいか。またその結果はどんな数の2乗になるか。

$$75 = 3 \times 5^2$$

3 をかけると 15 の2乗になる

(2) 160にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。
どんな数をかければよいか。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)160} \\ 2 \overline{)80} \\ 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ 5 \end{array}$$

$$160 = 2^2 \times 2^2 \times 2 \times 5$$

10 をかけろ

$$2^2 \times 2^2 \times 2 \times 5 \times (2 \times 5)$$

$$= 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 5^2$$

$$= 40^2$$

補充問題 A

1 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 52

(2) 90

(3) 108

2 次の数は どんな数の2乗ですか。

(1) 196

(2) 225

(3) 729

3 次の問いに答えなさい。

(1) 108にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか。

また、その結果は どんな数の2乗になりますか。

(2) 189をできるだけ小さい自然数でわって、余りがなく、商が
ある自然数の2乗になるようにするには、どのような数でわればよいか。

補充問題 A

1 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 52
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 52} \\ \underline{22} \\ 13 \end{array}$$

$52 = 2^2 \times 13$

(2) 90
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ \underline{30} \\ 3 \overline{) 30} \\ \underline{15} \\ 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

(3) 108
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \\ \underline{216} \\ 3 \overline{) 27} \\ \underline{9} \\ 3 \end{array}$$

$108 = 2^2 \times 3^3$

2 次の数は どんな数の 2乗ですか。

(1) 196
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 196} \\ \underline{298} \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array}$$

$2^2 \times 7^2 = 14^2$

14

(2) 225
$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 225} \\ \underline{545} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$3^2 \times 5^2 = 15^2$

15

(3) 729
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 729} \\ \underline{3243} \\ 3 \overline{) 81} \\ \underline{327} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 27^2$

27

3 次の問に 答えなさい。

(1) 108 に できるだけ小さい自然数をかけて, ある自然数の 2乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか。

また, その結果は どんな数の 2乗になりますか。

$108 = 2^2 \times 3^2 \times 3$

3 をかけると 18 の 2乗になる

(2) 189 を できるだけ小さい自然数でわって, 余りがなく, 商が ある自然数の 2乗になるようにするには, どのような数でわればよいか。

$189 = 3^2 \times 3 \times 7$

$$\frac{3^2 \times 3 \times 7}{3 \times 7} = 3^2$$

21 でわればよい

補充問題 B

● 36 と 54 の最小公倍数の求め方

○ それぞれを素因数分解する

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

○ 共通な素因数 2, 3, 3 と

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

残りの素因数 2, 3 をかけ合わせる

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 180$ が最小公倍数です。

● 36 と 54 の最大公約数の求め方

○ 共通な素因数 2, 3, 3 をかけ合わせる

$2 \times 3 \times 3 = 18$ が最大公約数です。

2) 36	54	← 共通な素数でわる
) 18	27	← 同上
) 6	9	← 同上
	□	□	

1 70 と 84 の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。 数3-2-2B(2)

2 次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{324}$

(2) $-\sqrt{576}$

補充問題 B

● 36 と 54 の最小公倍数の求め方

○ それぞれを素因数分解する

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

○ 共通な素因数 2, 3, 3 と

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

残りの素因数 2, 3 をかけ合わせる

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 180 \text{ が最小公倍数です。}$$

● 36 と 54 の最大公約数の求め方

○ 共通な素因数 2, 3, 3 をかけ合わせる

$$2 \times 3 \times 3 = 18 \text{ が最大公約数です。}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)36} \quad 54 \\ \underline{3} \overline{)18} \quad 27 \\ \underline{3} \overline{)6} \quad 9 \\ \underline{2} \quad \underline{3} \end{array}$$

← 共通な素因数でわる

← 同上

← 同上

$$GCM \text{ -- } 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$LCM \text{ -- } 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 108$$

1 70 と 84 の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。 数3-2-2B(2)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)70, 84} \\ \underline{7} \overline{)35, 42} \\ 5, 6 \end{array}$$

最大公約数 14

最小公倍数 420

2 次の数を根号を便やすに表しなさい。

(1) $\sqrt{324}$

$$2^2 \times 9^2 \quad \begin{array}{r} 2 \overline{)324} \\ \underline{2} \overline{)162} \\ 9 \overline{)81} \\ 9 \end{array}$$

$$\sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18$$

(2) $-\sqrt{576}$

$$2^2 \times 12^2 \quad \begin{array}{r} 2 \overline{)576} \\ \underline{2} \overline{)288} \\ 12 \overline{)144} \\ 12 \end{array}$$

$$-\sqrt{576} = -\sqrt{24^2} = -24$$