

2章 平方根

2-3 根号をふくむ式の乗除

$\sqrt{\quad}$ のついたかけ算は $\sqrt{\quad}$ の中の数をかける. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\sqrt{\quad}$ のついたわり算は $\sqrt{\quad}$ の中の数どうしでわる $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

◀例1▶

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2 \times 3} \\ &= \square \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \quad (\sqrt{20} \div \sqrt{5})$$

$$= \sqrt{\frac{20}{5}} \quad \leftarrow \text{約分しよう}$$

$$= \sqrt{\square}$$

$$= \square$$

↓ $\sqrt{\quad}$ をはずす

$$\begin{aligned} & \sqrt{4} \\ &= \sqrt{2^2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

鉄則 根号を使わずに表すことができる数は、根号を使わない!

たしかめ

$$(1) \quad \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$(2) \quad \sqrt{125} \div \sqrt{5}$$

1 次の計算をしなさい。

$$(1) \quad \sqrt{10} \times \sqrt{3}$$

$$(2) \quad (-\sqrt{2}) \times \sqrt{8}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$$

$$(4) \quad \sqrt{12} \div (-\sqrt{3})$$

$$(5) \quad \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$$

◀例2▶ $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$ にする

$3\sqrt{2}$ を \sqrt{a} の形にしましょう。

$$3\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{\square} \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{9 \times 2}$$

$$= \square$$

$$3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$$

$$\begin{aligned} & \text{ポイント} \\ & a = \sqrt{a^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{3} &= \sqrt{4^2 \times 3} \\ &= \sqrt{48} \end{aligned}$$

2章 平方根 2-3 根号をもくむ式の乗除

$\sqrt{\quad}$ のついたかけ算は $\sqrt{\quad}$ の中の数をかける。 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\sqrt{\quad}$ のついたわり算は $\sqrt{\quad}$ の中の数とわけてわる $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

◀例1▶

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{2 \times 3} \\ = \boxed{\sqrt{6}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \quad (\sqrt{20} \div \sqrt{5}) \\ = \sqrt{\frac{20}{5}} \quad \leftarrow \text{約分しよう} \\ = \sqrt{\boxed{4}} \quad \downarrow \sqrt{\quad} \text{をはす} \\ = \boxed{2}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{4} \\ = \sqrt{2^2} \\ = 2 \end{aligned}$$

鉄則 根号を使わずに表すことのできる数は、根号を使わない!

たしかめ

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ \sqrt{15}$$

$$(2) \sqrt{125} \div \sqrt{5} \\ 5$$

1 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{10} \times \sqrt{3} \\ \sqrt{30}$$

$$(2) (-\sqrt{2}) \times \sqrt{8} \\ -4$$

$$(3) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} \\ \sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{12} \div (-\sqrt{3}) \\ -2$$

$$(5) \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} \\ 4$$

◀例2▶ $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ にする

$3\sqrt{2}$ を \sqrt{a} の形にしよう。

$$3\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{\boxed{9}} \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{9 \times 2}$$

$$= \boxed{\sqrt{18}}$$

$$3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$$

ポイント
 $a = \sqrt{a^2}$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{3} &= \sqrt{4^2 \times 3} \\ &= \sqrt{48} \end{aligned}$$

2 次の数を \sqrt{a} の形にしなさい。

(1) $2\sqrt{2}$

(2) $3\sqrt{7}$

(3) $4\sqrt{5}$

(4) $5\sqrt{2}$

◀例3▶ 次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

上の問の逆です。根号の中はできるだけ小さい自然数にする。

$$(1) \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \square \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

└ $\sqrt{\quad}$ を出す ─

$$(2) \sqrt{75} \quad \text{素因数分解を利用します。}$$

$$\begin{array}{r} 27で \\ \sqrt{a}外! \end{array} \begin{array}{r} 5 \overline{)75} \\ 5 \overline{)15} \\ 3 \end{array}$$

$$(3) \sqrt{108} \\ = 2 \times 3 \times \sqrt{3} \\ = \square$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

$$\sqrt{75} = \frac{\sqrt{5 \times 5 \times 3}}{=5} = \square$$

3 次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

(1) $\sqrt{20}$

(2) $\sqrt{27}$

(3) $\sqrt{72}$

(4) $\sqrt{12}$

(5) $\sqrt{99}$

(6) $\sqrt{44}$

(7) $\sqrt{200}$

(8) $\sqrt{96}$

2 次の数を \sqrt{a} の形にしなさい。

- (1) $2\sqrt{2}$ $\sqrt{8}$ (2) $3\sqrt{7}$ $\sqrt{63}$
 (3) $4\sqrt{5}$ $\sqrt{80}$ (4) $5\sqrt{2}$ $\sqrt{50}$

◀例3▶ 次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

上の問の逆です。根号の中はできるだけ小さい自然数にする。

(1) $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \boxed{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
↳ $\sqrt{\quad}$ を出す ↑

(2) $\sqrt{75}$ 素因数分解を利用します。

2つで
 \sqrt{a} 外!
$$\begin{array}{r} 5 \overline{)75} \\ 5 \overline{)15} \\ 3 \end{array}$$

(3) $\sqrt{108}$
 $= 2 \times 3 \times \sqrt{3}$
 $= \boxed{6\sqrt{3}}$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

$\sqrt{75} = \frac{\sqrt{5 \times 5 \times 3}}{=5} = \boxed{5\sqrt{3}}$

3 次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

(1) $\sqrt{20}$ $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{27}$ $3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{72}$ $6\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{12}$ $2\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{99}$ $3\sqrt{11}$ (6) $\sqrt{44}$ $2\sqrt{11}$

(7) $\sqrt{200}$ $10\sqrt{2}$ (8) $\sqrt{96}$ $4\sqrt{6}$

◀ 例4 ▶ 分数, 小数を $a\sqrt{b}$ の形にする

(1) $\sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{5}}{\square}$
√をはずす↑

(2) $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} = \square$

4 例4にならって, 次の数を変形しなさい。

(1) $\sqrt{\frac{7}{36}}$

(2) $\sqrt{0.64}$

(3) $\sqrt{0.0002}$

● かけ算にもとります。

$\sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{18}$
 $= \square$

鉄則!

ですか, 根号の中はできるだけ小さい数にする!

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

たしなめ

① $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

② $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

◀ 例5 ▶

(1) $\sqrt{15} \times \sqrt{10} = \sqrt{\square} = \square$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)150} \\ 5 \overline{)30} \\ 2 \overline{)6} \\ 3 \end{array}$$

次のように分解してもよい

$\sqrt{15} \times \sqrt{10} = \sqrt{5 \times 3} \times \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 3 \times 2}$
 $= \square$

(2) $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$

$= \square \times \square$

と35も $a\sqrt{b}$ にして
 \sqrt{a} 中を小さくする

$= 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

$\sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$

$= \square$

$\sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{6 \times 3} \times \sqrt{6 \times 2} = 6\sqrt{6}$

としてもよい。

とにかく最終的に

$\sqrt{\quad}$ の中は, できるだけ小さくして答える!

◀ 例4 ▶ 分数, 小数を $a\sqrt{b}$ の形にする

(1) $\sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

√をはずす

(2) $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$

4 例4にならて, 次の数を変形しなさい。

(1) $\sqrt{\frac{7}{36}} = \frac{\sqrt{7}}{6}$

(2) $\sqrt{0.64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

(3) $\sqrt{0.0002} = \sqrt{\frac{2}{10000}} = \frac{\sqrt{2}}{100}$

● かけ算にもとります。

$\sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

金剛

ですか, 根号の中はできるだけ小さい数にする!

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

たしめ

① $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$

◀ 例5 ▶

(1) $\sqrt{15} \times \sqrt{10} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)150} \\ 5 \overline{)30} \\ 2 \overline{)6} \\ 3 \end{array}$$

次のように分解してもよい

$\sqrt{15} \times \sqrt{10} = \sqrt{5 \times 3} \times \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 3 \times 2} = 5\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$

$= 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$

と55も $a\sqrt{b}$ にして
√の中を小さくする

$= 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

$\sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$

$= 6\sqrt{6}$

$\sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{6 \times 3 \times 6 \times 2} = 6\sqrt{6}$

としてもよい。

とにかく最終的に

√の中は, できるだけ小さくして答える!

5 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{14} \times \sqrt{21}$

(2) $\sqrt{20} \times \sqrt{12}$

(3) $3\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

(4) $\sqrt{45} \times \sqrt{85}$

(5) $\sqrt{18} \times (-\sqrt{54})$

(6) $(6\sqrt{3})^2$

(7) $(-3\sqrt{5})^2$

(8) $\sqrt{50} \times (-3\sqrt{2})$

● 分母の有理化

分母に根号がある数は、分母と分子に同じ数をかけて
分母に根号がない形にする。これを分母を有理化するといふ。

◀ 例6 ▶

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\square}{3}$

分母に $\sqrt{3}$ があるので、分母と分子に $\sqrt{3}$ をかける

(2) $\frac{3}{\sqrt{24}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3 \times \square}{2\sqrt{6} \times \square} = \frac{3\sqrt{6}}{\square} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\sqrt{}$ の外をとり、中をとりなら
約分できる。

6 分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

(3) $\frac{6}{\sqrt{8}}$

5 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{14} \times \sqrt{21}$

$7\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{20} \times \sqrt{12}$

$4\sqrt{15}$

(3) $3\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

$9\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{45} \times \sqrt{85}$

$15\sqrt{17}$

(5) $\sqrt{18} \times (-\sqrt{54})$

$-18\sqrt{3}$

(6) $(6\sqrt{3})^2$

108

(7) $(-3\sqrt{5})^2$

45

(8) $\sqrt{50} \times (-3\sqrt{2})$

-30

● 分母の有理化

分母に根号のある数は、分母と分子に同じ数をかけて分母に根号のない形にする。これを分母を有理化するという。

◀ 例6 ▶

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

分母に $\sqrt{3}$ なので、分母と分子に $\sqrt{3}$ をかける

(2) $\frac{3}{\sqrt{24}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\sqrt{}$ の外と入れ、中と入れなら約分できそう。

6 分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\frac{6}{\sqrt{8}}$
 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

補充問題 A

数3-2-3 A

1 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{32}$

(2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{6})$

(3) $\sqrt{35} \times \sqrt{7}$

(4) $(-\sqrt{27}) \times \sqrt{8}$

(5) $2\sqrt{15} \times 3\sqrt{3}$

(6) $(-2\sqrt{3}) \times \sqrt{27}$

2 次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

(2) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{32}}$

補充問題 B

数3-2-3 B

・ 次の計算をなさい。答は、分母を有理化して表しなさい。

(1) $\sqrt{3} \div \sqrt{5}$

(2) $\sqrt{96} \div 2\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{80} \div (-\sqrt{15})$

(4) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} \div 4\sqrt{6}$

補充問題 A

1 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8$ (2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{6}) = -2\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{35} \times \sqrt{7} = \sqrt{7} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = 7\sqrt{5}$ (4) $(-\sqrt{27}) \times \sqrt{8} = (-3\sqrt{3}) \times 2\sqrt{2} = -6\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{15} \times 3\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{5}$ (6) $(-2\sqrt{3}) \times \sqrt{27} = -2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = -2 \times 3 \times 3 = -18$

2 次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ (2) $\frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{6}$ (3) $\frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

補充問題 B

・ 次の計算をしなさい。答は、分母を有理化して表しなさい。

(1) $\sqrt{3} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ (2) $\sqrt{96} \div 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{80} \div (-\sqrt{15}) = -\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = -\frac{4}{\sqrt{3}} = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} \div 4\sqrt{6} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7} \times 4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{4\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{28}$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{7} \times 4\sqrt{6} \sqrt{3}} = \frac{3}{4\sqrt{21}} = \frac{3 \times \sqrt{21}}{4\sqrt{21} \times \sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{21}}{4 \times 21} = \frac{\sqrt{21}}{28}$