2章 平方根

2-4 根号をふくむ式の加減/いろいろな計算

$\sqrt{\ }$ の中の数どうしは、かけ算はできましたが、たし算はできません。

$$3 \times 2 = 6 \qquad 3 + 2 = 5$$

$$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = \sqrt{36} \qquad \sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{25}$$

同じ数の根号をふくむ式の加減は、同類項と同じようにまとめます。

◀例1▶

(1) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
$= (\boxed{\quad + \quad})\sqrt{2}$
$= \boxed{\quad}$

(2) $\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$
$= (\boxed{\quad - \quad})\sqrt{3}$
$= \boxed{\quad}$

1 次の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

(2) $6\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$

(3) $3 - \sqrt{7} + 4 + 3\sqrt{7}$

(4) $4\sqrt{5} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$

◀例2▶

$\sqrt{18} + \sqrt{8} = \boxed{\quad} + \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$\sqrt{18}$, $\sqrt{8}$ を $a\sqrt{b}$ の形にする

2 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{75}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{50}$

(3) $3\sqrt{5} - \sqrt{80}$

(4) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20}$

(5) $-\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{12}$

(6) $\dfrac{\sqrt{24}}{2} - \dfrac{\sqrt{54}}{3}$

2章 平方根　2-4 根号をふくむ式の加減／いろいろな計算

$\sqrt{\ }$ の中の数どうしは、かけ算はできましたが、たし算はできません。

$3 \times 2 = 6$　　　$3 + 2 = 5$

$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = \sqrt{36}$　　　$\sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{25}$

同じ数の根号をふくむ式の加減は、同類項と同じようにまとめます。

◀例1▶

(1) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
$= (\boxed{3+4})\sqrt{2}$
$= \boxed{7\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$
$= (\boxed{1-3})\sqrt{3}$
$= \boxed{-2\sqrt{3}}$

1 次の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

(2) $6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

(3) $3 - \sqrt{7} + 4 + 3\sqrt{7}$
$7 + 2\sqrt{7}$

(4) $4\sqrt{5} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$
$2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

◀例2▶

$\sqrt{18} + \sqrt{8} = \boxed{3\sqrt{2}} + \boxed{2\sqrt{2}} = \boxed{5\sqrt{2}}$

$\sqrt{18}$, $\sqrt{8}$ を $a\sqrt{b}$ の形にする

2 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
$= 7\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

(3) $3\sqrt{5} - \sqrt{80} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{45} - 3\underbrace{\sqrt{20}}_{=2\sqrt{5}} = 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$

(5) $-\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{12}$
$= -4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
$= -\sqrt{3}$

(6) $\dfrac{\sqrt{24}}{2} - \dfrac{\sqrt{54}}{3}$
$= \dfrac{\cancel{2}\sqrt{6}}{\cancel{2}} - \dfrac{\cancel{3}\sqrt{6}}{\cancel{3}}$
$= 0$

◀例3▶ $4\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ まず分母を有理化しましょう!

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\boxed{}}{\sqrt{3}\times\boxed{}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=\boxed{}$$

$$4\sqrt{3}-\frac{6}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\boxed{}$$

有理化

3 次の計算をしなさい。

(1) $5\sqrt{2}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}$ (2) $\sqrt{50}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

(3) $2\sqrt{5}-\dfrac{25}{\sqrt{5}}$ (4) $2\sqrt{40}-\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

分配法則や乗法公式を使って,根号をふくむ計算をしよう.

分配法則 $a(b+c)=\boxed{}$ $(a+b)(c+d)=\boxed{}$

◀例4▶

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)$

$=\sqrt{18}-\boxed{}$

√をかんたんに

$=\boxed{}-2\sqrt{3}$

(2) $(\sqrt{3}+4)(2\sqrt{3}-1)$

$=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times1+4\times2\sqrt{3}-4\times1$

$=6-\sqrt{3}+\boxed{}-\boxed{}$

$=\boxed{}$

4 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}(4-3\sqrt{5})$ (2) $(\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}+2)$

◀例3▶ $4\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$　まず分母を有理化しましょう！

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\boxed{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}\times\boxed{\sqrt{3}}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=\boxed{2\sqrt{3}}$$

$$4\sqrt{3}-\frac{6}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\boxed{2\sqrt{3}}$$

有理化

3　次の計算をしなさい。

(1) $5\sqrt{2}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

$=5\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{50}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

$=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{5}-\dfrac{25}{\sqrt{5}}$

$=2\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

$=-3\sqrt{5}$

(4) $\underbrace{2\sqrt{40}}_{2\times2\sqrt{10}}-\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

$=4\sqrt{10}-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$=\dfrac{8\sqrt{10}}{2}-\dfrac{\sqrt{10}}{2}=\dfrac{7}{2}\sqrt{10}$

分配法則や乗法公式を使って，根号をふくむ計算をしよう。

分配法則　$a(b+c)=\boxed{ab+ac}$　$(a+b)(c+d)=\boxed{ac+ad+bc+bd}$

◀例4▶

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)$

$=\sqrt{18}-\boxed{2\sqrt{3}}$

√をかんたんに

$=\boxed{3\sqrt{2}}-2\sqrt{3}$

(2) $(\sqrt{3}+4)(2\sqrt{3}-1)$

$=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times1+4\times2\sqrt{3}-4\times1$

$=6-\sqrt{3}+\boxed{8\sqrt{3}}-\boxed{4}$

$=\boxed{2+7\sqrt{3}}$

4　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}(4-3\sqrt{5})$

$=4\sqrt{5}-15$

(2) $(\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}+2)$

$=6+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2$

$=8+5\sqrt{2}$

乗法公式

① $(x+a)(x+b) = \boxed{}$

② $(a+b)^2 = \boxed{}$

③ $(a-b)^2 = \boxed{}$

④ $(a+b)(a-b) = \boxed{}$

◀例5▶

(1) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)$

公式①を使う

$= \boxed{}^2 + \boxed{} - 3$

$= 5 + 2\sqrt{5} - 3$

$= \boxed{}$

(2) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

$= \boxed{}^2 + 2 \times \boxed{} \times \boxed{} + (\sqrt{2})^2$

$= 3 + 2\sqrt{6} + \boxed{}$

$= \boxed{}$

公式を忘れてしまった人は，分配法則で

$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5}$

としてもよい。

5 次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+1)$

(2) $(\sqrt{5}-1)^2$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

(4) $(2\sqrt{3}+3)^2$

(5) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

乗法公式

① $(x+a)(x+b) = \boxed{x^2+(a+b)x+ab}$

② $(a+b)^2 = \boxed{a^2+2ab+b^2}$

③ $(a-b)^2 = \boxed{a^2-2ab+b^2}$

④ $(a+b)(a-b) = \boxed{a^2-b^2}$

◀例5▶

(1) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)$

公式①を使う

$= \boxed{(\sqrt{5})}^2 + \boxed{2\sqrt{5}} - 3$

$= 5 + 2\sqrt{5} - 3$

$= \boxed{2+2\sqrt{5}}$

(2) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

$= \boxed{(\sqrt{3})}^2 + 2\times\boxed{\sqrt{2}}\times\boxed{\sqrt{3}} + (\sqrt{2})^2$

$= 3 + 2\sqrt{6} + \boxed{2}$

$= \boxed{5+2\sqrt{6}}$

公式を忘れてしまった人は，分配法則で

$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3 = 2+2\sqrt{5}$

としてもよい。

$\boxed{5}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+1)$

$= 7 + 3\sqrt{7} + 2$

$= 9 + 3\sqrt{7}$

(2) $(\sqrt{5}-1)^2$

$= 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$= 5 - 2$

$= 3$

(4) $(2\sqrt{3}+3)^2$

$= 12 + 12\sqrt{3} + 9$

$= 21 + 12\sqrt{3}$

(5) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

$= (5+2\sqrt{15}+3) - (5-2\sqrt{15}+3)$

$= 4\sqrt{15}$

補充問題A

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

(2) $8\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

(4) $4\sqrt{2}-\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

(5) $4\sqrt{2}+\sqrt{18}$

(6) $\sqrt{48}+\sqrt{12}$

(7) $\sqrt{8}+\sqrt{72}-\sqrt{32}$

(8) $2\sqrt{12}-\sqrt{27}$

(9) $5\sqrt{3}+\dfrac{9}{\sqrt{3}}$

(10) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\boxed{2}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}(2-3\sqrt{5})$

(2) $(\sqrt{3}-5)^2$

(3) $(\sqrt{10}+5)(\sqrt{10}-5)$

(4) $(2\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}+6)$

$\boxed{3}$ $x=\sqrt{6}+3$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めなさい。

式を因数分解してから代入しよう。

補充問題A

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

$7\sqrt{6}$

(2) $8\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

$6\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

$5\sqrt{3}$

(4) $4\sqrt{2}-\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}$

(5) $4\sqrt{2}+\sqrt{18}$

$=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}\quad=7\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{48}+\sqrt{12}$

$=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}\quad=6\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{8}+\sqrt{72}-\sqrt{32}$

$=2\sqrt{2}+6\sqrt{2}-4\sqrt{2}\quad=4\sqrt{2}$

(8) $2\sqrt{12}-\sqrt{27}$

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}\quad=\sqrt{3}$

(9) $5\sqrt{3}+\dfrac{9}{\sqrt{3}}$

$=5\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}$

(10) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{3}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}}{15}-\dfrac{3\sqrt{5}}{15}\quad=\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$

$\boxed{2}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}(2-3\sqrt{5})$

$=2\sqrt{5}-15$

(2) $(\sqrt{3}-5)^2$

$=3-10\sqrt{3}+25\quad=28-10\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{10}+5)(\sqrt{10}-5)$

$=10-25$

$=-15$

(4) $(2\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}+6)$

$=(2\sqrt{3})^2+2\times2\sqrt{3}-24$

$=12+4\sqrt{3}-24$

$=-12+4\sqrt{3}$

$\boxed{3}$ $x=\sqrt{6}+3$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めなさい。

式を因数分解してから代入しよう

与式 $=(x-3)^2$

$=(\sqrt{6}+3-3)^2$

$=\sqrt{6}^2$

$=6$

補充問題B

$\boxed{1}$ $\sqrt{3} = 1.732$ として，次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{300}$

(3) $\sqrt{30000}$

(4) $\sqrt{0.03}$

$\boxed{2}$ a を正の整数とするとき，次の値が整数となる a の値のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

(1) $\sqrt{72a}$

(2) $\sqrt{\dfrac{28a}{5}}$

$\boxed{3}$ 例を参考にして，$\dfrac{4}{\sqrt{3}+1}$ の分母を有理化しなさい。

(例)
$$\frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{3}} = \frac{1\times(\sqrt{10}+\sqrt{3})}{(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{10-3}$$
$$= \frac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{7}$$

補充問題B

1 $\sqrt{3}=1.732$ として，次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{27}$ $=3\sqrt{3}$
$=3\times1.732$
$=5.196$

(2) $\sqrt{300}$ $=\sqrt{3}\times\sqrt{100}$
$=\sqrt{3}\times10$
$=17.32$

(3) $\sqrt{30000}$ $=\sqrt{3}\times\sqrt{10000}$
$=\sqrt{3}\times100$
$=173.2$

(4) $\sqrt{0.03}$ $=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}=0.1732$

2 a を正の整数とするとき，次の値が整数となる a の値のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

(1) $\sqrt{72a}$
$=6\sqrt{2a}$

$a=2$

(2) $\sqrt{\dfrac{28a}{5}}$ $=\sqrt{\dfrac{2^2\times7\times a}{5}}$

$a=5\times7=35$

3 例を参考にして，$\dfrac{4}{\sqrt{3}+1}$ の分母を有理化しなさい。

(例) $\dfrac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}=\dfrac{1\times(\sqrt{10}+\sqrt{3})}{(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+\sqrt{3})}$
$=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{10-3}$
$=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{7}$

$\dfrac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1}=\dfrac{4(\sqrt{3}-1)}{2}=2(\sqrt{3}-1)$
$=2\sqrt{3}-2$