

# 3章 2次方程式

## 3-1 2次方程式の解き方(1)

$x^2 - 12x + 35 = 0$  のように (2次式) = 0 の形になる  
方程式を **2次方程式** といい、2次方程式を成り立たせるような  
文字の値をその方程式の **解** といい。

### ● 平方根の考えを使った解き方

$x^2 = 9 \rightarrow x$  を2乗すると9になる。つまり  $x$  は9の平方根

$x = \pm 3 \rightarrow$  これでOK!

$$x^2 = a \text{ の解 } x = \pm\sqrt{a}$$

### ◀例1▶

(1)  $x^2 - 36 = 0$       (2)  $3x^2 - 24 = 0$

$x^2 = \square$   
 $x = \square$

↙  $x^2 = a$  の形に  
↘ 36の平方根

$3x^2 = 24$   
 $x^2 = \square$   
 $x = \square$

↙ 両辺を3でわる  
↘  $\sqrt{\square}$  をかんたんにする

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 = 16$

(2)  $x^2 - 3 = 0$

(3)  $x^2 - 12 = 0$

(4)  $5x^2 - 20 = 0$

(5)  $4x^2 - 3 = 0$

(6)  $25x^2 = 7$

(7)  $2x^2 - 5 = 0$

分母の有理化を忘れない!

3章 2次方程式 }-1 2次方程式の解き方(1)

$x^2 - 12x + 35 = 0$  のように (2次式) = 0 の形になる  
方程式を **2次方程式** といい、2次方程式を成り立たせるような  
文字の値をその方程式の **解** といい。

● 平方根の考えを使った解き方

$x^2 = 9 \rightarrow x$  を2乗すると9になる。つまり  $x$  は9の平方根

$x = \pm 3 \rightarrow$  これでOK!

$x^2 = a$  の解  $x = \pm\sqrt{a}$

◀例1▶

(1)  $x^2 - 36 = 0$       (2)  $3x^2 - 24 = 0$

$x^2 = \boxed{36}$        $x = \boxed{\pm 6}$   
 $x^2 = a$  の形に  
36の平方根

$3x^2 = 24$   
 $x^2 = \boxed{8}$   
 $x = \boxed{\pm 2\sqrt{2}}$   
両辺を3でわす  
 $x = \pm\sqrt{8}$   
 $\sqrt{8}$  をかんたんにする

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 = 16$   
 $x = \pm 4$

(2)  $x^2 - 3 = 0$   
 $x = \pm\sqrt{3}$

(3)  $x^2 - 12 = 0$   
 $x = \pm 2\sqrt{3}$

(4)  $5x^2 - 20 = 0$   
 $x = \pm 2$

(5)  $4x^2 - 3 = 0$   
 $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

(6)  $25x^2 = 7$   
 $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{5}$

(7)  $2x^2 - 5 = 0$   
 $x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$   
分母の有理化を忘れない!

$x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

◀例2▶

(1)  $(x+1)^2 = 16$  ---  $x+1$  が16の平方根で示る

$x+1 = \square$  } +1を初項

$x = -1 \pm 4$  ← プラスとマイナスに分けて計算する

つまり  $x = -1 + 4$  ,  $x = -1 - 4$

$x = \square$  ,  $x = \square$

$(x+1)^2 = 16$   
 $A^2 = 16$   
 $A = \pm 4$   
 $x+1 = \pm 4$

(2)  $(x+3)^2 - 3 = 0$

$(x+3)^2 = \square$  } -3を初項

$x+3 = \square$  } 3の平方根

$x = -3 \pm \sqrt{3}$  } +3を初項

$x = -3 \pm \sqrt{3}$  は  $x = -3 + \sqrt{3}$  と  $x = -3 - \sqrt{3}$  を  
 まとめて示しています。(1)のように $\sqrt{\quad}$ がはみ出たら  
 分けて計算して、(2)のように $\sqrt{\quad}$ がはみ出ればそのまま答えです。  
\* $\sqrt{\quad}$ の中は、できるだけかんたん!

2 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x-2)^2 = 36$

(2)  $(x+7)^2 - 6 = 0$

(3)  $(x-5)^2 - 4 = 0$

(4)  $(x+6)^2 = 24$

手紙=3!

(5)  $(2x+5)^2 = 12$

## ◀例2▶

(1)  $(x+1)^2 = 16$  ...  $x+1$  は16の平方根である

$$x+1 = \boxed{\pm 4}$$
  $\downarrow$  +1を初項

$$x = -1 \pm 4$$
 ← プラスとマイナスに分けて計算する

つまり  $x = -1 + 4$  ,  $x = -1 - 4$

$$x = \boxed{3}$$
 ,  $x = \boxed{-5}$

$$(x+1)^2 = 16$$

$$A^2 = 16$$

$$A = \pm 4$$

$$x+1 = \pm 4$$

(2)  $(x+3)^2 - 3 = 0$

$$(x+3)^2 = \boxed{3}$$
  $\downarrow$  -3を初項

$$x+3 = \boxed{\pm\sqrt{3}}$$
  $\downarrow$  3の平方根

$$x = -3 \pm \sqrt{3}$$
  $\downarrow$  +3を初項

$x = -3 \pm \sqrt{3}$  は  $x = -3 + \sqrt{3}$  と  $x = -3 - \sqrt{3}$  を  
まとめて示しています。(1)のように $\sqrt{\quad}$ がはずれたら

分けて計算して、(2)のように $\sqrt{\quad}$ がはずればそのまま答えです。  
\* $\sqrt{\quad}$ の中は、できるだけかんたん!

2 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x-2)^2 = 36$

$$x = 2 \pm 6$$

$$x = 8, x = -4$$

(2)  $(x+7)^2 - 6 = 0$

$$x = -7 \pm \sqrt{6}$$

(3)  $(x-5)^2 - 4 = 0$

$$x = 5 \pm 2$$

$$x = 7, 3$$

(4)  $(x+6)^2 = 24$

$$x = -6 \pm 2\sqrt{6}$$

分岐=3!

(5)  $(2x+5)^2 = 12$

$$2x+5 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$2x = -5 \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{-5 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

## ● 解の公式

平方根の考え方をいかに使うかは **解の公式** を利用します。  
代入するだけで解を求めることができます。

$$\text{2次方程式 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ の解は}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

◀ 例3 ▶  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  を解きなさい。

解の公式に  $a=2$ ,  $b=-3$ ,  $c=-1$  を代入する

$$x = \frac{-(\square) \pm \sqrt{(\square)^2 - 4 \times \square \times (\square)}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

答  $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

3 次の方程式を解の公式を使って解きなさい。

(1)  $3x^2 + 7x + 1 = 0$       (2)  $2x^2 - 7x + 4 = 0$

$a =$     ,  $b =$     ,  $c =$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

● 解の公式

平方根の考え方を使った式は 解の公式 を利用します。  
代入するだけで解を求めることができます。

2次方程式'  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

◀ 例3 ▶  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  を解きなさい。

解の公式'に  $a=2$ ,  $b=-3$ ,  $c=-1$  を代入する

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

答  $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

3 次の方程式'を解の公式'を使って解きなさい。

数3-3-1(6)

(1)  $3x^2 + 7x + 1 = 0$

$a=3$ ,  $b=7$ ,  $c=1$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

(2)  $2x^2 - 7x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

◀例4▶  $x^2 - 6x + 2 = 0$  を解きなさい。

解の公式に  $a = 1, b = -6, c = 2$  を代入すると、

$$x = \frac{-(\square) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times \square}}{2 \times \square} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

↘  $\sqrt{28}$  をかんたんには!

$$= \frac{6 \pm \square}{2}$$

↘ 約分する!

$$\frac{3 \times \cancel{2} \pm 2 \times \sqrt{7}}{2 \times 1}$$

3つの数を1度に約分する

$$= \square$$

答  $x = 3 \pm \sqrt{7}$

$x$  の係数が偶数のときは、約分できるので注意!

4

$3x^2 - 4x - 2 = 0$  を解きなさい。

◀例5▶  $3x^2 + 2x - 8 = 0$  を解きなさい。

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-8)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6}$$

↗  $\sqrt{\quad}$  がはずれたので、 $+$ 、 $-$ にそれぞれ計算する

$$x = \frac{-2+10}{6}, \quad x = \frac{-2-10}{6}$$

$$x = \square, \quad x = \square$$

答  $x = \frac{4}{3}, x = -2$

5

$4x^2 - 4x - 3 = 0$  を解きなさい。

◀例4▶  $x^2 - 6x + 2 = 0$  を解きなさい。

解の公式に  $a = 1, b = -6, c = 2$  を代入すると、

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

↘  $\sqrt{28}$  をかんたんには!

$$= \frac{6 \pm \sqrt{7}}{2}$$

↘ 約分する!

$$\frac{3x \pm \sqrt{7}}{2}$$

3つの数を  
1度に約分する

$$= 3 \pm \sqrt{7}$$

答  $x = 3 \pm \sqrt{7}$

$x$  の係数が偶数のときは、約分できるので注意!

4

$3x^2 - 4x - 2 = 0$  を解きなさい。

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

◀例5▶  $3x^2 + 2x - 8 = 0$  を解きなさい。

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-8)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6}$$

↘  $\sqrt{\quad}$  がはす小たので  
+, - に合わせて計算する

$$x = \frac{-2+10}{6}, \quad x = \frac{-2-10}{6}$$

$$x = \frac{4}{3}, \quad x = -2$$

答  $x = \frac{4}{3}, x = -2$

5

$4x^2 - 4x - 3 = 0$  を解きなさい。

$$x = \frac{4 \pm 8}{8}$$

$$x = \frac{4+8}{8}, \quad x = \frac{4-8}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}, \quad -\frac{1}{2}$$



# 補充問題

数3-3-1補(1)

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 1 = 0$

(2)  $x^2 - 10 = 0$

(3)  $6x^2 = 48$

(4)  $16x^2 = 9$

(5)  $(x+1)^2 = 25$

(6)  $(x-3)^2 = 36$

(7)  $(x-1)^2 = 7$

(8)  $(x+10)^2 = 20$

2 次の方程式を解の公式で解きなさい。

数3-3-1補(2)

(1)  $4x^2 - 3x - 3 = 0$

(2)  $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(3)  $3x^2 + 2x - 4 = 0$

(4)  $5x^2 - 4x - 2 = 0$

(5)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

(6)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$

# 補充問題

数3-3-1補(1)

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 1 = 0$

$$x = \pm 1$$

(2)  $x^2 - 10 = 0$

$$x = \pm \sqrt{10}$$

(3)  $6x^2 = 48$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

(4)  $16x^2 = 9$

$$x = \pm \frac{3}{4}$$

(5)  $(x+1)^2 = 25$

$$x+1 = \pm 5$$

$$x = 4, -6$$

(6)  $(x-3)^2 = 36$

$$x = 9, -3$$

(7)  $(x-1)^2 = 7$

$$x = 1 \pm \sqrt{7}$$

(8)  $(x+10)^2 = 20$

$$x = -10 \pm 2\sqrt{5}$$

2 次の方程式を解の公式で解きなさい。

数3-3-1補(2)

(1)  $4x^2 - 3x - 3 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{8}$$

(2)  $3x^2 + 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(3)  $3x^2 + 2x - 4 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$$

(4)  $5x^2 - 4x - 2 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}$$

(5)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x = -6, 1$$

(6)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$$x = \frac{3}{2}$$