

3章 2次方程式' 3-2 2次方程式'の解き方(2)

● 因数分解による解き方

2次方程式' $(x-1)(x-3) = 0$ の解を考えよう。

$x=1$ を代入すると $0 \times (-2) = 0$ と等式が成り立ちます。

また $x=3$ を代入しても $2 \times 0 = 0$ と等式が成り立ちます。

つまり $(x-1)(x-3) = 0$ の解は $x=1, x=3$ となる。

2つの数を, A, B とするとき

$$AB = 0 \quad \text{ならば} \quad A = 0 \quad \text{または} \quad B = 0$$

◀ 例1 ▶ $(x+4)(x-3) = 0$ を解きましょう。

どちらかが 0 になることを考えます。

$$x+4 = 0 \quad \text{または} \quad \boxed{} = 0$$

$$\text{したがって} \quad x = \boxed{}, \quad x = \boxed{}$$

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)(x+5) = 0$

(2) $(x+3)(x+1) = 0$

(3) $x(x-3) = 0$

$x = 0$, または $x-3 = 0$

(4) $(x-1)(3x+1) = 0$

$x-1 = 0$, または $3x+1 = 0$

(5) $2x(x+7) = 0$

(6) $(2x+1)(4x-3) = 0$

3章 2次方程式' 3-2 2次方程式の解き方(2)

● 因数分解による解き方

2次方程式' $(x-1)(x-3) = 0$ の解を求めよう。

$x=1$ を代入すると $0 \times (-2) = 0$ と等式が成り立ちます。

また $x=3$ を代入しても $2 \times 0 = 0$ と等式が成り立ちます。

つまり $(x-1)(x-3) = 0$ の解は $x=1, x=3$ となる。

2つの数を, A, B とするとき

$$AB = 0 \quad \text{ならば} \quad A = 0 \quad \text{または} \quad B = 0$$

◀ 例1 ▶ $(x+4)(x-3) = 0$ を解きましょう。

どちらかが 0 になることを考えます。

$$x+4 = 0 \quad \text{または} \quad x-3 = 0$$

$$\text{したがって} \quad x = -4, \quad x = 3$$

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)(x+5) = 0$

$$x = 2, -5$$

(2) $(x+3)(x+1) = 0$

$$x = -3, -1$$

(3) $x(x-3) = 0$

$$x = 0, \text{ または } x-3 = 0$$

$$x = 0, 3$$

(4) $(x-1)(3x+1) = 0$

$$x-1 = 0, \text{ または } 3x+1 = 0$$

$$x = 1, -\frac{1}{3}$$

(5) $2x(x+7) = 0$

$$x = 0, -7$$

(6) $(2x+1)(4x-3) = 0$

$$x = -\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

◀例2▶ 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - x - 20 = 0$

左辺を因数分解します。

$(\quad)(\quad) = 0$

$\quad = 0$, または $\quad = 0$

$x = \quad$, $x = \quad$

(2) $x^2 - 5x = 0$

共通因数でくくります。

$x(\quad) = 0$

$\quad = 0$ または $\quad = 0$

$x = \quad$, $x = \quad$

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(2) $x^2 + 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 8x - 9 = 0$

(4) $x^2 + 4x = 0$

(5) $x^2 - x = 0$

(6) $2x^2 - 7x = 0$

◀例3▶ $x^2 + 6x + 9 = 0$ を解きなさい。

左辺を因数分解すると $(\quad)^2 = 0$

$\quad = 0$

$x = \quad$

2次方程式の解は
2つありますが、
 $(x-a)^2 = 0$ の解は
 $x = a$ の1つだけ

3 $x^2 - 4x + 4 = 0$ を解きなさい。

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - x - 56 = 0$

(2) $x^2 + 13x + 36 = 0$

(3) $x^2 + 14x + 49 = 0$

(4) $x^2 = 18x$

◀例2▶ 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - x - 20 = 0$

左辺を因数分解します。

$(x-5)(x+4) = 0$

$x-5 = 0$, または $x+4 = 0$

$x = 5$, $x = -4$

(2) $x^2 - 5x = 0$

共通因数でくります。

$x(x-5) = 0$

$x = 0$ または $x-5 = 0$

$x = 0$, $x = 5$

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-2)(x-3) = 0$

$x = 2, 3$

(3) $x^2 - 8x - 9 = 0$

$(x-9)(x+1) = 0$

$x = 9, -1$

(5) $x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$x = 0, 1$

(2) $x^2 + 2x - 15 = 0$

$(x+5)(x-3) = 0$

$x = -5, 3$

(4) $x^2 + 4x = 0$

$x(x+4) = 0$

$x = 0, -4$

(6) $2x^2 - 7x = 0$

$x(2x-7) = 0$

$x = 0, \frac{7}{2}$

◀例3▶ $x^2 + 6x + 9 = 0$ を解きなさい。

左辺を因数分解すると $(x+3)^2 = 0$

$x+3 = 0$

$x = -3$

2次方程式の解は

2つありますが、

$(x-a)^2 = 0$ の解は

$x = a$ の1つだけ

3 $x^2 - 4x + 4 = 0$ を解きなさい。

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2$

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - x - 56 = 0$

$(x+7)(x-8) = 0$

$x = -7, 8$

(3) $x^2 + 14x + 49 = 0$

$(x+7)^2 = 0$

$x = -7$

(2) $x^2 + 13x + 36 = 0$

$(x+4)(x+9) = 0$

$x = -4, -9$

(4) $x^2 = 18x$

$x^2 - 18x = 0$

$x(x-18) = 0$

$x = 0, 18$

③ いろいろな2次方程式

2次方程式の解き方は3パターン

① 因数分解を利用する $(x-a)(x-b)=0 \rightarrow x=a, x=b$

② 平方根の考えを利用する $x^2=k \rightarrow x=\pm\sqrt{k}, (x-a)^2=k \rightarrow x=a\pm\sqrt{k}$

③ 解の公式を使って解く $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

特に $ax^2+bx+c=0$ の形のときは

因数分解できるかどうかを判断して

因数分解できるときは①で、できないときは③で解きます。

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-4)^2=5$ (2) $x^2-3x+2=0$ (3) $x^2+2x-5=0$

右辺を0にして、因数分解できるかどうか判断して解きましょう。

数3-3-2(6)

6 次の方程式を解きなさい。 $ax^2+bx+c=0$ の形にする

(1) $(x-4)(x+1)=-6$ (2) $x^2+4x=7x+40$

左辺を展開して、-6を移項する

(3) $3x^2=5(x+1)$

(4) $3x^2=30x-63$

③ い3い3な2次方程式

2次方程式の解き方は3パターン

- ① 因数分解を利用する $(x-a)(x-b)=0 \rightarrow x=a, x=b$
- ② 平方根の考えを利用する $x^2=k \rightarrow x=\pm\sqrt{k}, (x-a)^2=k \rightarrow x=a\pm\sqrt{k}$
- ③ 解の公式を使って解く $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

特に $ax^2+bx+c=0$ の形のときは

因数分解できるかどうかを判断して

因数分解できるときは①で、できないときは③で解きます。

5 次の方程式を解きなさい。

- (1) $(x-4)^2=5$
 $x-4=\pm\sqrt{5}$
 $x=4\pm\sqrt{5}$
- (2) $x^2-3x+2=0$
 $(x-1)(x-2)=0$
 $x=1, 2$
- (3) $x^2+2x-5=0$
 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$
 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$
 $x = -1 \pm \sqrt{6}$

右辺を0にして、因数分解できるかどうか判断して解きましょう。

6 次の方程式を解きなさい。 $ax^2+bx+c=0$ の形にする

- (1) $(x-4)(x+1)=-6$
 左辺を展開して、-6を移項する
 $x^2-3x-4+6=0$
 $x^2-3x+2=0$
 $(x-1)(x-2)=0$
 $x=1, 2$
- (2) $x^2+4x=7x+40$
 $x^2+4x-7x-40=0$
 $x^2-3x-40=0$
 $(x-8)(x+5)=0$
 $x=8, -5$
- (3) $3x^2=5(x+1)$
 $3x^2-5x-5=0$
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{85}}{6}$
- (4) $3x^2=30x-63$
 $3x^2-30x+63=0$
 $x^2-10x+21=0$
 $(x-3)(x-7)=0$
 $x=3, 7$

補充問題 A

数3-3-2A(1)

1 次の方程式を因数分解を利用して解きなさい。

(1) $x^2 + 3x - 28 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 6 = 0$

(3) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(4) $x^2 - 6x - 27 = 0$

(5) $x^2 - 2x = 0$

(6) $x^2 + 10x + 25 = 0$

(7) $x^2 + 2x - 15 = 0$

(8) $x^2 + 25x + 66 = 0$

(9) $2x^2 + 7x = 0$

(10) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

2 次の方程式を解きなさい。

数3-3-2A(2)

(1) $x^2 = 3(x + 4)$

(2) $(x + 1)(x + 5) = 20$

(3) $(x - 4)^2 - 7 = 0$

(4) $3x^2 + 2x = 6x + 2$

(5) $(x + 5)^2 = 8(x + 5)$

補充問題 A

数3-3-2A(1)

1 次の方程式を因数分解を利用して解きなさい。

$$(1) \quad x^2 + 3x - 28 = 0 \\ (x+7)(x-4) = 0 \\ x = -7, 4$$

$$(3) \quad x^2 - 6x + 9 = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \\ x = 3$$

$$(5) \quad x^2 - 2x = 0 \\ x(x-2) = 0 \\ x = 0, 2$$

$$(7) \quad x^2 + 2x - 15 = 0 \\ (x-3)(x+5) = 0 \\ x = 3, -5$$

$$(9) \quad 2x^2 + 7x = 0 \\ x(2x+7) = 0 \\ x = 0, -\frac{7}{2}$$

$$(2) \quad x^2 + 7x + 6 = 0 \\ (x+1)(x+6) = 0 \\ x = -1, -6$$

$$(4) \quad x^2 - 6x - 27 = 0 \\ (x-9)(x+3) = 0 \\ x = 9, -3$$

$$(6) \quad x^2 + 10x + 25 = 0 \\ (x+5)^2 = 0 \\ x = -5$$

$$(8) \quad x^2 + 25x + 66 = 0 \\ (x+22)(x+3) = 0 \\ x = -22, -3$$

$$(10) \quad 4x^2 - 12x + 9 = 0 \\ (2x-3)^2 = 0 \\ x = \frac{3}{2}$$

2 次の方程式を解きなさい。

数3-3-2A(2)

$$(1) \quad x^2 = 3(x+4) \\ x^2 - 3x - 12 = 0 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$(2) \quad (x+1)(x+5) = 20 \\ x^2 + 6x - 15 = 0 \\ x = -3 \pm 2\sqrt{6}$$

$$(3) \quad (x-4)^2 - 7 = 0 \\ (x-4)^2 = 7 \\ x = 4 \pm \sqrt{7}$$

$$(4) \quad 3x^2 + 2x = 6x + 2 \\ 3x^2 - 4x - 2 = 0 \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$(5) \quad (x+5)^2 = 8(x+5) \\ A^2 - 8A = 0 \\ A(A-8) = 0 \\ A = 0, A = 8 \\ x+5 = 0, x+5 = 8 \\ x = -5, 3$$

補充問題 B

数3-3-2B(1)

1 次の問題に答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2 + ax - 4a = 0$ の解の1つが 2 であるとき、
 a の値と他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2 - 6x + a = 0$ の解の1つが $3 + \sqrt{2}$ であるとき、
 a の値と他の解を求めなさい。

(3) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が 2 と 5 であるとき、
 a と b の値を求めなさい。

数3-3-2B(2)

(4) $2 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$ の 2つを解とする 2次方程式 ($ax^2 + bx + c = 0$)
を 1つつくりなさい。

補充問題 B

数3-3-2B(1)

1 次の問に答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2 + ax - 4a = 0$ の解の1つが 2 であるとき、
a の値と他の解を求めなさい。

$x = 2$ を代入

$$4 + 2a - 4a = 0$$

$$-2a = -4$$

$$a = 2$$

$a = 2$ を代入

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

これを解いて $(x+4)(x-2) = 0$

$$x = -4, 2$$

$$x = 2$$

$$a = 2, \text{他の解 } 2$$

(2) 2次方程式 $x^2 - 6x + a = 0$ の解の1つが $3 + \sqrt{2}$ であるとき、
a の値と他の解を求めなさい。

1つの解が $3 + \sqrt{2}$ ならば他の解は $3 - \sqrt{2}$

$$a = (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

$$a = 7, \text{他の解 } 3 - \sqrt{2}$$

(3) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が 2 と 5 であるとき、
a と b の値を求めなさい。

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$a = -7, b = 10$$

数3-3-2B(2)

(4) $2 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$ の2つを解とする2次方程式 ($ax^2 + bx + c = 0$)
を1つつくいなさい。

$$a = 1$$

$$b = -\{(2 + \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2})\} = -4$$

$$c = (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) = 2$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$