

# 3章 2次方程式

## 3-3 2次方程式の利用

### ◀例1▶

2つの続いた正の整数がある。それぞれの整数を2乗して、それらの和を計算したら113になった。

2つの続いた整数を求めなさい。

• 求めるものを  $x$  とする

(解答) 2つの続いた整数のうち小さいほうの数を  $x$  とすると、

大きいほうの数は  と表せる。

したがって  $x^2 + (\text{input})^2 = 113$  • 等しい関係を見つけて2次方程式を作る

この方程式を解くと

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+8)(x-7) = 0$$

$$x = -8, 7 \quad \text{解への検討をする}$$

$x$  は正の整数だから  $x = 7$

答 7 と

1 3つの続いた整数があります。それぞれの整数を2乗して、

それらの和を計算したら302になりました。

3つの続いた整数を求めなさい。

- 3つの続いた整数
- ①  $x, x+1, x+2$
  - ②  $x-1, x, x+1$
  - ③  $x-2, x-1, x$
- どれが楽かな?

# 3章 2次方程式 3-3 2次方程式の利用

## 例1

2つの続いた正の整数がある。それぞれの整数を2乗して、それらの和を計算したら113になった。  
2つの続いた整数を求めなさい。

• 求めるものをxとする

(解答) 2つの続いた整数のうち小さいほうの数をxとすると、大きいほうの数は  $x+1$  と表せる。

したがって  $x^2 + (x+1)^2 = 113$  • 等しい関係も見つけて2次方程式を作る  
この方程式を解くと

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 + 2x + 1 &= 113 \\ 2x^2 + 2x - 112 &= 0 \\ x^2 + x - 56 &= 0 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \rightarrow (x+8)(x-7) &= 0 \\ x &= -8, 7 \quad \text{解の確かめをする} \\ x \text{は正の整数だから } x &= 7 \\ \text{答 } 7 \text{ と } \boxed{8} \end{aligned} \right.$$

## 数3-3-3(2)

1 3つの続いた整数があります。それぞれの整数を2乗して、それらの和を計算したら302になりました。  
3つの続いた整数を求めなさい。

3つの続いた整数を  $x-1, x, x+1$  とする。

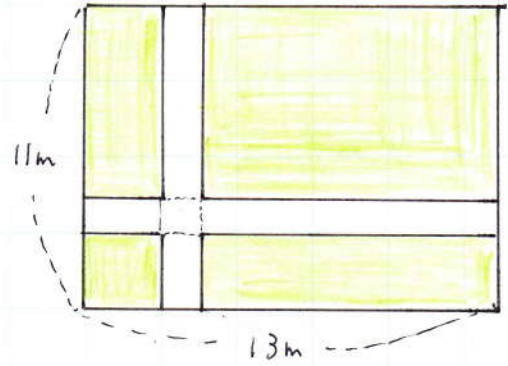
- 3つの続いた整数
- ①  $x, x+1, x+2$
  - ②  $x-1, x, x+1$
  - ③  $x-2, x-1, x$
- どのが正しいか?

$$\begin{aligned} (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 &= 302 \\ x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 &= 302 \\ 3x^2 &= 300 \\ x^2 &= 100 \\ x &= \pm 10 \end{aligned}$$

Ans 9, 10, 11 と (折付) -11, -10, -9

◀ 例2 ▶

縦が11m, 横が13mの長方形の土地に  
右図のように, 縦, 横に同じ幅の道路を  
つけて, 残りを畑にします。



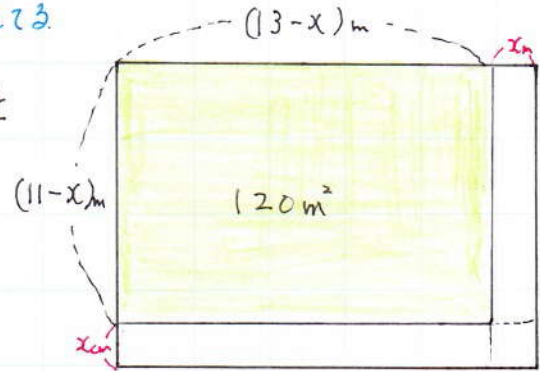
畑の面積が $120\text{m}^2$ になるようにするには,  
道路の幅を何mにすればよいか。

道路を移動して1つの長方形の面積で式を立てる

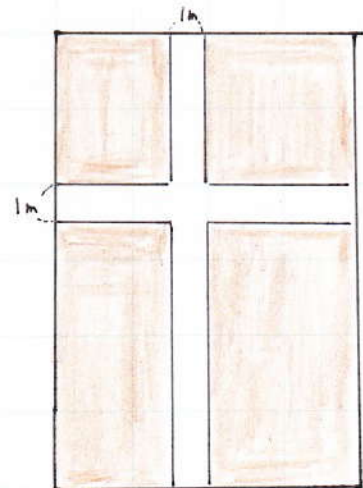
- 道路の幅を $x\text{m}$ として方程式を作ると

$$(\quad)(\quad) = 120$$

方程式を解いて, 道路の幅を求めましょう。



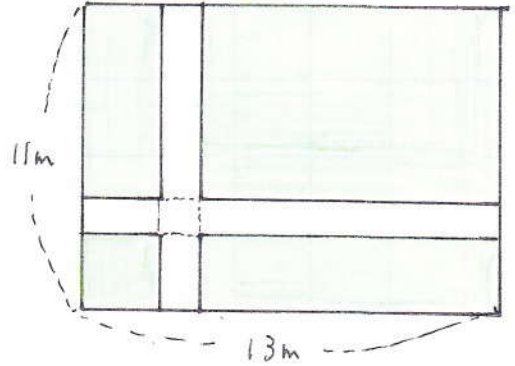
- 2 縦が横より5m長い長方形の土地に  
右図のような幅1mの道を作ると,  
道をのぞいた部分の面積が $126\text{m}^2$ でした。  
このとき, 土地の横の長さは何mですか。



◀ 例2 ▶

縦が11m, 横が13mの長方形の土地に  
右図のように, 縦, 横に同じ幅の道路を  
つけて, 残りを畑にします。

畑の面積が120m<sup>2</sup>になるようにするには,  
道路の幅を何mにすればよいか。



道路を移動して1つの長方形の面積で式を立てる

• 道路の幅を  $x$  m として方程式を作ると

$$(11-x)(13-x) = 120$$

方程式を解いて, 道路の幅を求めましょう。

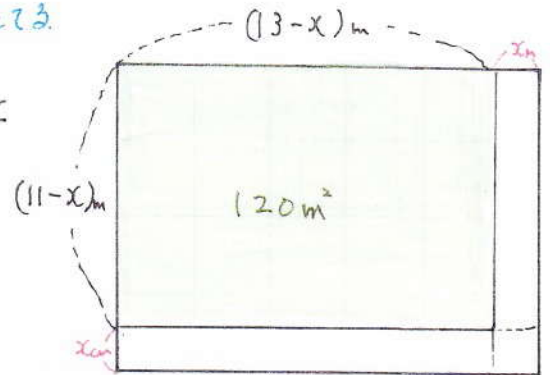
$$143 - 24x + x^2 = 120$$

$$x^2 - 24x + 23 = 0$$

$$(x-1)(x-23) = 0$$

$$x = 1, 23$$

$$x < 11 \text{ ですから } x = 1$$



1m

2 縦が横より5m長い長方形の土地に  
右図のような幅1mの道を作ると,  
道をのぞいた部分の面積が126m<sup>2</sup>でした。  
このとき, 土地の横の長さは何mですか。

$$(x+4)(x-1) = 126$$

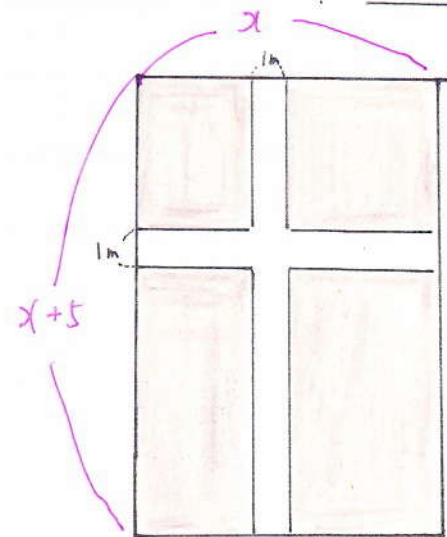
$$x^2 + 3x - 4 = 126$$

$$x^2 + 3x - 130 = 0$$

$$(x+13)(x-10) = 0$$

$$x = -13, 10$$

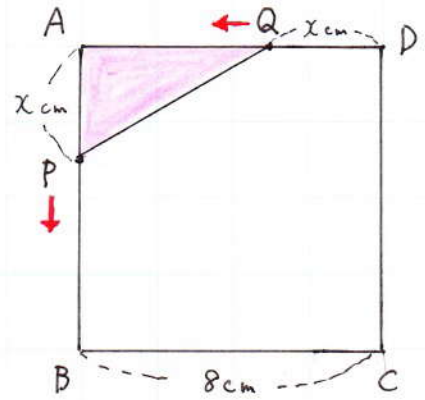
$$x > 1 \text{ より } x = 10$$



10m

◀ 例3 ▶

右の図のような正方形ABCDで、2つの点P, Qが同時に出発し、点PはAB上をBまで、点QはDA上をAまで、どちらも同じ速さで動きます。このとき△APQの面積が $5\text{cm}^2$ になるのは、点PがAから何cm動いたときですか。



AP =  $x\text{cm}$  とすると、

AQの長さは  cm.

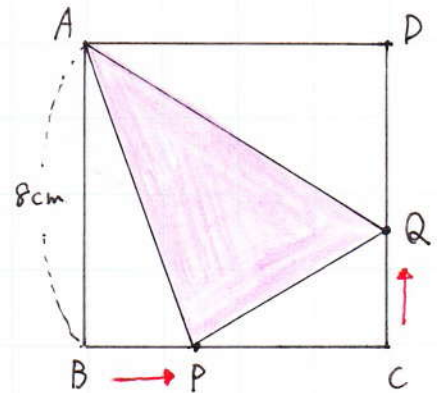
したがって

$$\frac{1}{2} \times (\text{input}) = 5$$

- この方程式を解いて  
答えを求めなさい

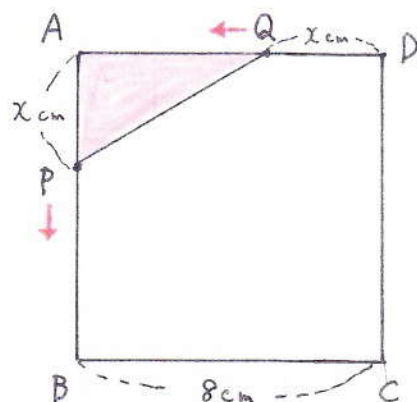
3 右の図の正方形ABDで、点PはBC上をCまで、点QはCD上をDまで動きます。

どちらも同時に出発し、同じ速さで動くとき△APQの面積が $26\text{cm}^2$ になるのは、点PがBから何cm動いたときですか。



◀例3▶

右の図のような正方形ABCDで、2つの点P, Qが同時に出発し、点PはAB上をBまで、点QはDA上をAまで、どちらも同じ速さで動きます。このとき△APQの面積が5cm<sup>2</sup>になるのは、点PがAから何cm動いたときですか。



AP = x cm とすると、

AQの長さは  $8 - x$  cm.

したがって

$$\frac{1}{2}x(8-x) = 5$$

- この方程式を解いて  
答えを求めなさい

$$\begin{aligned} x(8-x) &= 10 \\ -x^2 + 8x - 10 &= 0 \\ x^2 - 8x + 10 &= 0 \\ x &= 4 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

$(4 + \sqrt{6})$  cm,  $(4 - \sqrt{6})$  cm

3

右の図の正方形ABDで、点PはBC上をCまで、点QはCD上をDまで動きます。

どちらも同時に出発し、同じ速さで動くとき△APQの面積が26cm<sup>2</sup>になるのは、点PがBから何cm動いたときですか。

$$64 - \left\{ 4x + \frac{x(8-x)}{2} + \frac{8(8-x)}{2} \right\} = 26$$

$$64 - (4x + \frac{8x-x^2}{2} + 32-4x) = 26$$

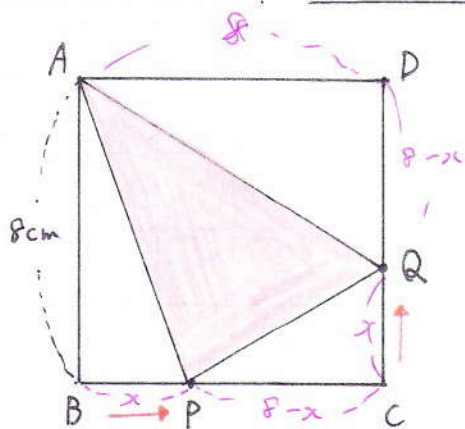
$$32 - \frac{8x-x^2}{2} = 26$$

$$64 - (8x-x^2) = 52$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

$$x = 2, 6$$



2cm, 6cm

# 補充問題A

数3-3-3 A(1)

1  $n$ 角形の対角線は全部で  $\frac{n(n-3)}{2}$  本ひける。  
対角線が20本ある多角形は、何角形ですか。

2 地上から秒速60mで真上に打ち上げられた物体の打ち上げてから  $x$ 秒後の地上からの高さは、およそ  $(60x - 5x^2)$  m と表される。  
高さが次のようになるのは、打ち上げてから何秒後ですか。

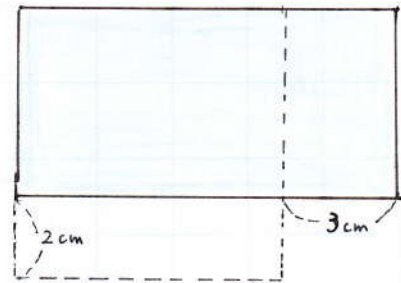
① 100m

② 地上にもどってくる

3 右の図のように、正方形の縦を2cm短くし、横を3cm長くして長方形をつくったら、長方形の面積は  $50 \text{ cm}^2$  になりました。

もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

数3-3-3 A(2)



# 補充問題A

数3-3-3 A(1)

1  $n$ 角形の対角線は全部で  $\frac{n(n-3)}{2}$  本ひける。  
対角線が20本ある多角形は、何角形ですか。

$$\frac{n(n-3)}{2} = 20$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$(n-8)(n+5) = 0$$

$$n = 8, -5$$

$$n > 0 \text{ より } n = 8$$

8角形

2 地上から秒速60mで真上に打ち上げられた物体の打ち上げてから  $x$ 秒後の地上からの高さは、およそ  $(60x - 5x^2)$  m と表される。  
高さか次のようになるのは、打ち上げてから何秒後ですか。

① 100m

$$60x - 5x^2 = 100$$

$$5x^2 - 60x + 100 = 0$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$(x-2)(x-10) = 0$$

$$x = 2, 10$$

2秒後, 10秒後

② 地上にもどってくる

$$60x - 5x^2 = 0$$

$$5x^2 - 60x = 0$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x(x-12) = 0$$

$$x = 0, 12$$

12秒後

数3-3-3 A(2)

3 右の図のように、正方形の縦を2cm短くし、横を3cm長くして長方形をつくったら、長方形の面積は  $50 \text{ cm}^2$  になりました。

もとの正方形の1辺の長さ  $x$  を求めなさい。

$$(x-2)(x+3) = 50$$

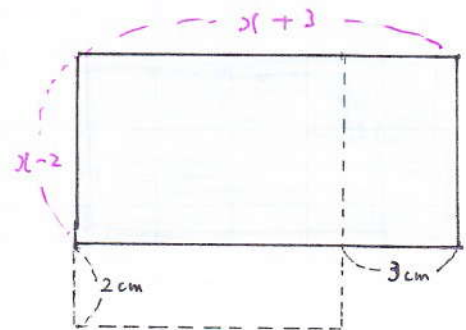
$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x+8)(x-7) = 0$$

$$x = -8, 7$$

$$x > 0 \text{ より } x = 7$$

7cm

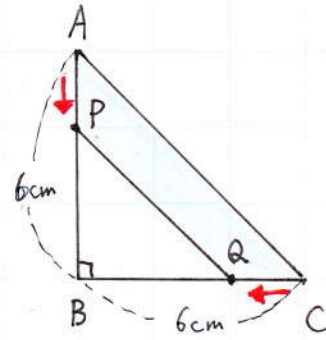




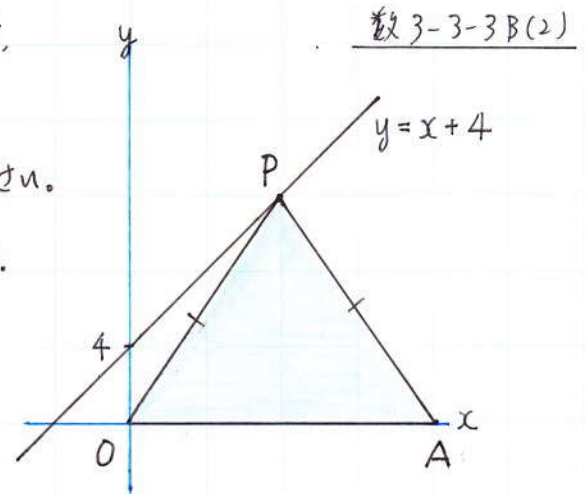
# 補充問題 B

数3-3-3 B(1)

1 右の図のような直角二等辺三角形ABCで、  
 点Pは、Aを出発して辺AB上をBまで動きます。  
 また点Qは、点PがAを出発するのと同時に  
 Cを出発し、Pと同じ速さで辺BC上をBまで  
 動きます。台形APQCの面積が  $10 \text{ cm}^2$  になるのは、点PがAから何cm動いたときですか。



2 右の図で、点Pは  $y = x + 4$  のグラフ上の点で、  
 点Aは  $PO = PA$  となるx軸上の点です。  
 点Pのx座標を  $p$  とし、次の座標を求めなさい。  
 ただし  $p > 0$  とし、座標の1目切りは1cmとする。



(1) 点Pの座標を  $p$  を使って表しなさい。

$$P(p, \quad)$$

(2) 点Aの座標を  $p$  を使って表しなさい

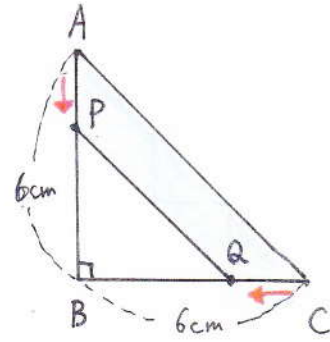
$$A(\quad, \quad)$$

(3)  $\triangle POA$  の面積が  $45 \text{ cm}^2$  するときの点Pの座標。

# 補充問題 B

数3-3-3 B(1)

1 右の図のような直角二等辺三角形ABCで、点Pは、Aを出発して辺AB上をBまで動きます。また点Qは、点PがAを出発するのと同時にCを出発し、Pと同じ速さで辺BC上をBまで動きます。台形APQCの面積が  $10 \text{ cm}^2$  になるのは、点PがAから何cm動いたときですか。



$\Delta ABC = 18 \text{ cm}^2$

$\Delta PBQ$  の面積が  $8 \text{ cm}^2$  のとき

$$\frac{(6-x)^2}{2} = 8$$

$$(6-x)^2 = 16$$

$$6-x = \pm 4$$

$$-x = -6 \pm 4$$

$$x = 6 \pm 4$$

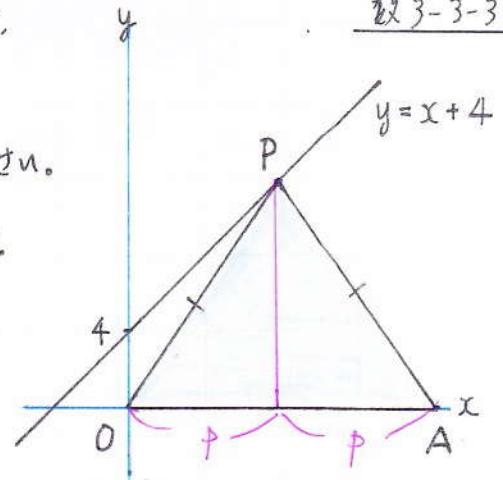
$$x = 10, 2$$

$$x < 6 \text{ より } x = 2$$

2cm

2 右の図で、点Pは  $y = x + 4$  のグラフ上の点で、点Aは  $PO = PA$  となるx軸上の点です。点Pのx座標をpとして、次の座標を求めなさい。ただし  $p > 0$  とし、座標の1目切りは1cmとする。

数3-3-3 B(2)



(1) 点Pの座標をpを使って表しなさい。

$$P(p, p+4)$$

(2) 点Aの座標をpを使って表しなさい

$$A(2p, 0)$$

(3)  $\Delta POA$  の面積が  $45 \text{ cm}^2$  のときの点Pの座標。

$$\frac{2p(p+4)}{2} = 45$$

$$p^2 + 4p - 45 = 0$$

$$(p+9)(p-5) = 0$$

$$p = -9, 5$$

$$p > 0 \text{ より } p = 5$$

$P(5, 9)$