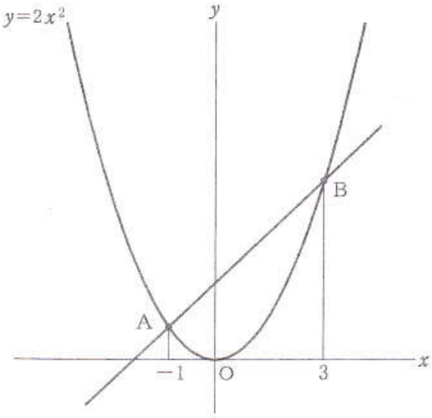
# 4章 関数 $y=ax^2$

## 4-4 放物線と直線

◀例1▶ 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2点A, Bがあり
それぞれの $x$ 座標は $-1$, $3$ である。
直線ABの式を求めなさい。




2点A, Bの座標を求めて $y=ax+b$ に代入する.

点A $(-1, \boxed{\quad})$
点B $(3, \boxed{\quad})$

$y=2x^2$ に $x$ の値を代入して $y$ を求める.

直線の式を $y=ax+b$ とすると

$$\begin{cases} 2=-a+b \\ \boxed{\qquad\qquad} \end{cases}$$

(3, 18)を代入

この連立方程式を解くと

$a=\boxed{\quad}$, $b=\boxed{\quad}$

よって求める直線ABの式は

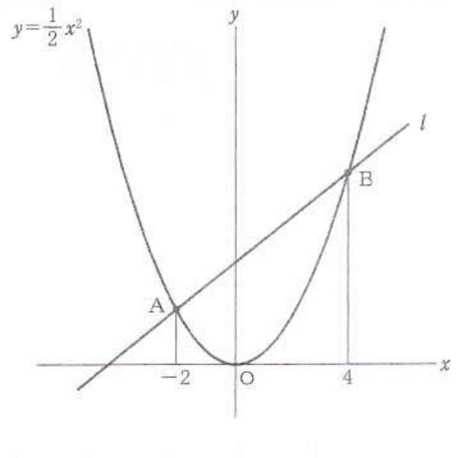
$y=4x+6$

$y=2x^2$ で $x$ の値が $-1$ から $3$ まで増加したときの変化の割合 4 が直線の傾きを表しています.

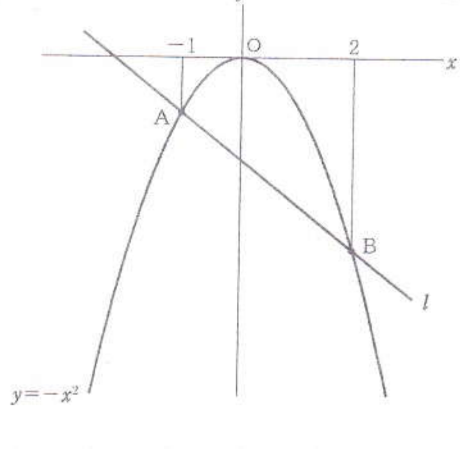


1 右の(1), (2)の図で, 直線 $\ell$ の式を求めなさい。

(1)




(2)



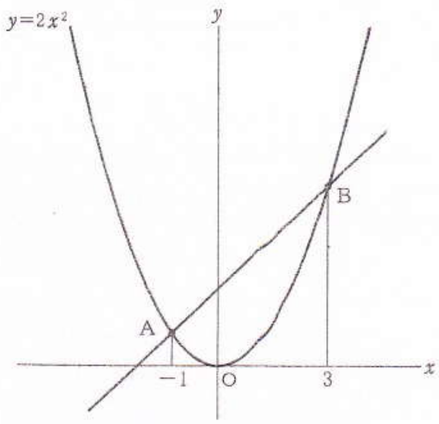

(1)

(2)

# 4章 関数 $y=ax^2$

## 4-4 放物線と直線

◀例1▶ 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に2点A,Bがあり
それぞれのx座標は $-1$, 3 である。
直線ABの式を求めなさい。




2点A,Bの座標を求めて $y=ax+b$ に代入する。

点A $(-1, \boxed{2})$
点B $(3, \boxed{18})$
$y=2x^2$ にxの値を代入してyを求める。

直線の式を $y=ax+b$ とすると

$$\begin{cases} 2=-a+b \\ \boxed{18=3a+b} \end{cases}$$

(3,18)を代入

この連立方程式を解くと
$a=\boxed{4}$, $b=\boxed{6}$

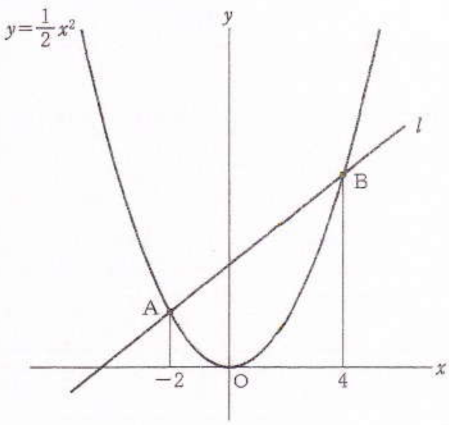
よって求める直線ABの式は
$y=4x+6$

$y=2x^2$ でxの値が $-1$ から3まで増加したときの変化の割合4が直線の傾きを表しています。



1 右の(1),(2)の図で、直線 $\ell$ の式を求めなさい。

(1)

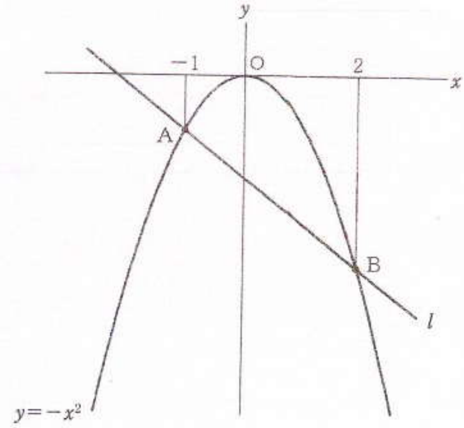



(1) A(−2, 2) B(4, 8)

$$\begin{cases} 2=-2a+b \\ 8=4a+b \end{cases}$$ $a=1$, $b=4$

$y=x+4$

(2)



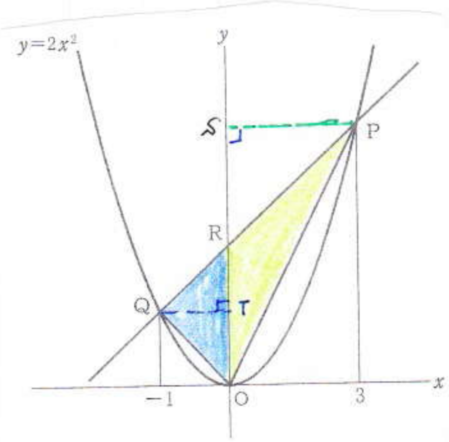

(2) A(−1, −1), B(2, −4)

$$\begin{cases} -1=-a+b \\ -4=2a+b \end{cases}$$ $a=-1$, $b=-2$

$y=-x-2$

◀例2▶

右の図で△OPQの面積を求めなさい。




まず直線PQの式を求めます.

P(3, 18)　Q(-1, 2)より

$y = 4x + 6$　…例1と同じなので ここの説明は省きます

△OPQ = △OPR + △OQR

△OPRは底辺をORとみるとその長さは,

直線の切片なので[　]. 高さPSはPのx座標からその長さは[　].

よって　△OPR = [　]×[　]×$\frac{1}{2}$ = [　]

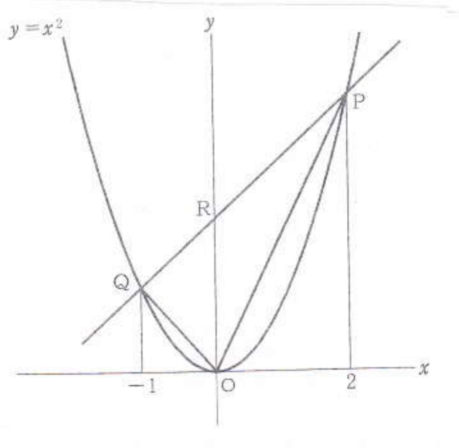
△OQRも同様に底辺ORは6, 高さQTは[　] ← 長さなので -1としない

よって　△OQR = 6×[　]×$\frac{1}{2}$ = [　]

したがって求める△OPQ = [　]+[　] = $\boxed{\phantom{00}}$

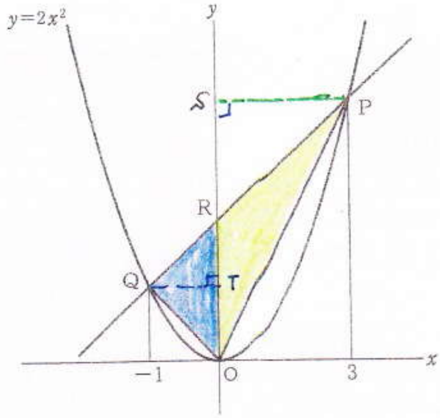


2 右の図で△OPQの面積を求めなさい。



◀例2▶

右の図で△OPQの面積を求めなさい。




まず直線PQの式を求めます.

P(3, 18)　Q(−1, 2)より

$y=4x+6$　…例1と同じなので ここの説明は省きます

△OPQ = △OPR + △OQR

△OPRは底辺をORとみるとその長さは,

直線の切片なので[6]. 高さPSはPのx座標からその長さは[3]。

よって　△OPR = [6]×[3]×$\frac{1}{2}$ = [9]

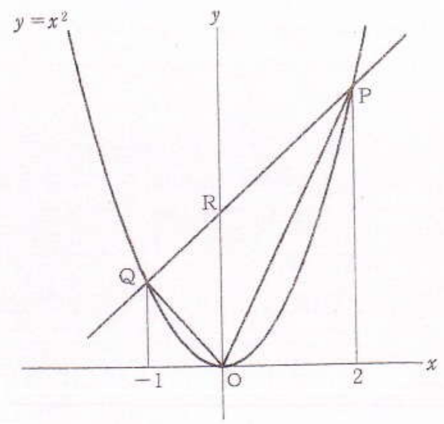
△OQRも同様に底辺ORは6, 高さQTは[1] ←長さなので −1としない

よって　△OQR = 6×[1]×$\frac{1}{2}$ = [3]

したがって求める△OPQ = [9]+[3] = $\boxed{12}$



$\boxed{2}$ 右の図で△OPQの面積を求めなさい。




P(2, 4)　Q(−1, 1)より

直線PQの式は

$$\begin{cases} 1=-a+b \\ 4=2a+b \end{cases}$$ より

$a=1,\ b=2$

$y=x+2$

これより OR = 2

△OPQ = △OQR + △OPR

$=(2\times1\times\frac{1}{2})+(2\times2\times\frac{1}{2})$

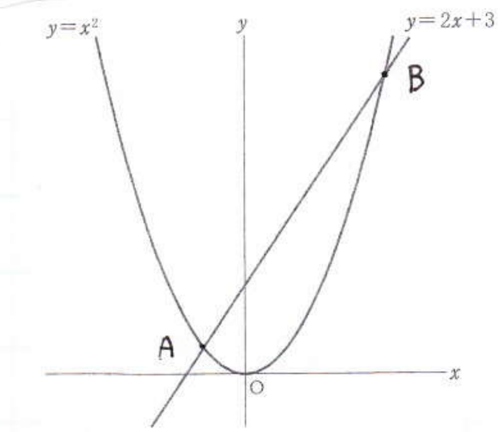
$=1+2$

$=3$

◀例3▶

関数 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ との交点をそれぞれA, Bとする。

交点A, Bの座標を求めなさい。




$$\begin{cases} y=x^2 & \cdots① \\ y=2x+3 & \cdots② \end{cases}$$ を解きます。

①を②に代入して

$x^2=2x+3$ 　移項して $ax^2+bx+c=0$ に

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(\boxed{\quad})=0$ 　左辺を因数分解

$x=3,\ x=\boxed{\quad}$

これでA, Bの$x$座標が求まりました。

Aの$x$座標はマイナスだから

$x=-1$ これを①に代入して

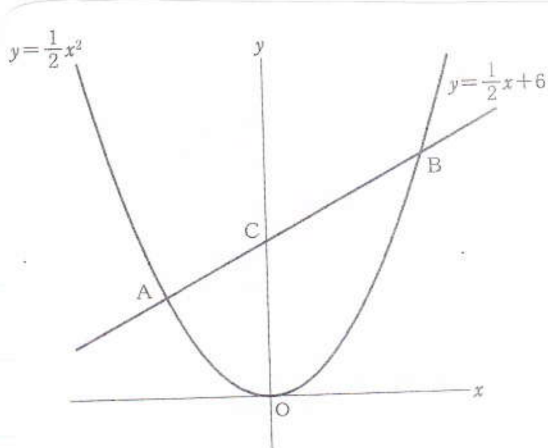
$y$座標を求める。Bも同様に。

A( , ), B( , )

3



右の図で、直線と放物線の交点A, Bの座標と△OABの面積を求めなさい。

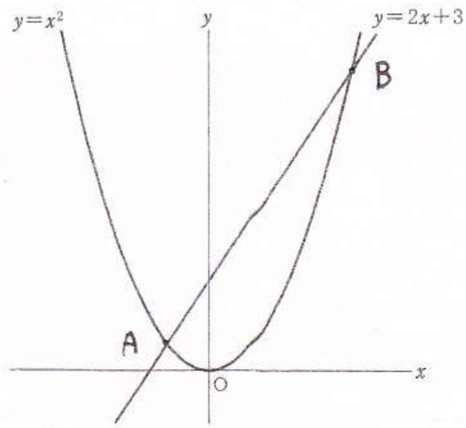



A( , ), B( , ) 　△OAB =

◀例3▶

関数 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ との交点をそれぞれA, Bとする。

交点A, Bの座標を求めなさい。




$$\begin{cases} y = x^2 & \cdots ① \\ y = 2x+3 & \cdots ② \end{cases}$$ を解きます。

①を②に代入して

$x^2 = 2x + 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$ 移項して $ax^2+bx+c=0$ に

$(x-3)(\boxed{x+1}) = 0$ 左辺を因数分解

$x = 3$, $x = \boxed{-1}$

これでA, Bの$x$座標が求まりました。

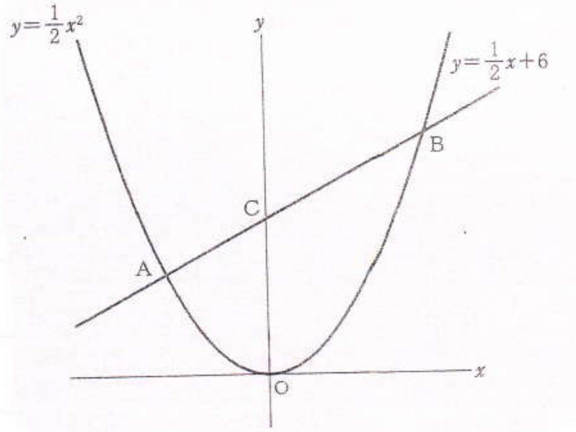
Aの$x$座標はマイナスだから $x=-1$ これを①に代入して$y$座標を求める。Bも同様に。

A(−1, 1), B(3, 9)

3



右の図で、直線と放物線の交点A, Bの座標と△OABの面積を求めなさい。




$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 6$

×2) $x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$x = 4, -3$

$(6 \times 3 \times \frac{1}{2}) + (6 \times 4 \times \frac{1}{2})$

$= 9 + 12$

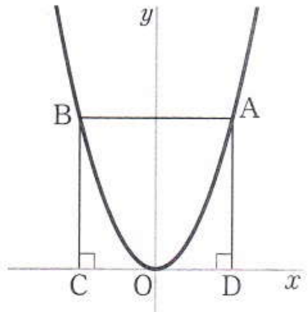
$= 21$

A$(-3, \frac{9}{2})$, B(4, 8)　△OAB = 21

# 補充問題

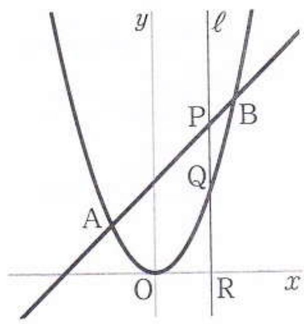


1　右の図は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，A, Bは放物線上の点です。
四角形ABCDが正方形である時，点Aの座標を求めなさい。




2　右のように関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=x+4$ との交点をA, Bとします。
y軸に平行な直線 $\ell$ と，直線AB，放物線との交点をP, Q, Rとします。
A, Bの $x$ 座標をそれぞれ $-2$, $4$ として次の問に答えなさい。






(1)　$a$ の値を求めなさい。

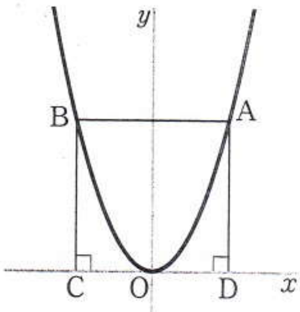
(2)　$PQ=QR$ となるような点Pの座標を，すべて求めなさい。

# 補充問題



1 右の図は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，A, Bは放物線上の点です。

四角形ABCDが正方形である時，点Aの座標を求めなさい。




点 $A(a, \frac{1}{2}a^2)$ とおく

$AB=2a$, $AD=\frac{1}{2}a^2$ だから

$\frac{1}{2}a^2=2a$

$a=0, 4$

$a>0$ より $a=4$

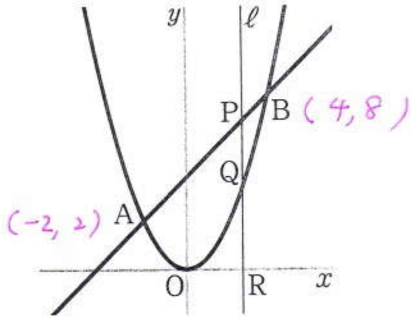
$A(4, 8)$

2 右のように関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=x+4$ との交点をA, Bとします。

y軸に平行な直線 $\ell$ と，直線AB，放物線との交点をP, Q, Rとします。

A, Bのx座標をそれぞれ $-2$, $4$ として次の問に答えなさい。






(1) aの値を求めなさい。　AのBを代入　$a=\frac{1}{2}$

(2) PQ = QR となるような点Pの座標を，すべて求めなさい。

Rのx座標をpとすると　$P(p, p+4)$　$Q(p, \frac{1}{2}p^2)$　$R(p, 0)$

$PQ=p+4-\frac{1}{2}p^2$, $QR=\frac{1}{2}p^2$

よって　$p+4-\frac{1}{2}p^2=\frac{1}{2}p^2$

$p^2-p-4=0$

$p=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

$p=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$ のとき　$p+4=\frac{9+\sqrt{17}}{2}$

$p=\frac{1-\sqrt{17}}{2}$ のとき　$p+4=\frac{9-\sqrt{17}}{2}$

$\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9+\sqrt{17}}{2}\right)$　$\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$