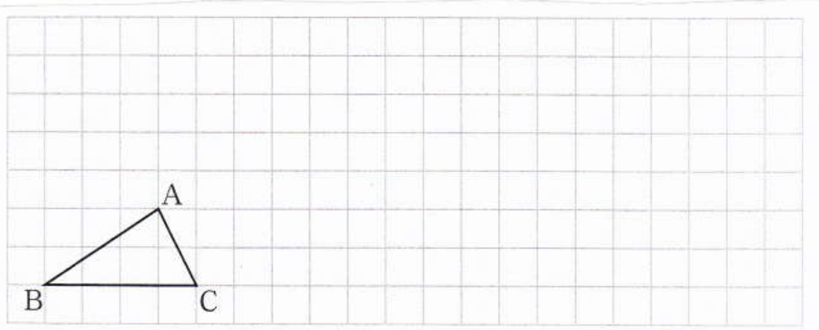
5章 相似な図形

5-1 相似な図形／三角形の相似条件

下に△ABCの各辺を3倍に拡大した△DEFをかきなさい。



1つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小した図形を 相似 な図形といい、記号 ∽ を使って表します。

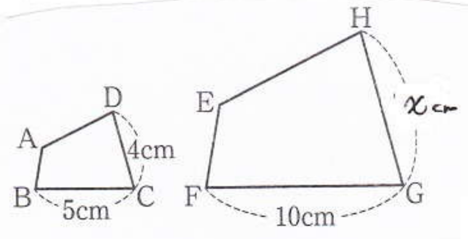
上の図では　△ABC∽△DEF　です。

相似な図形では、対応する線分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

対応する線分の長さの比を 相似比 という。

◀例1▶

右の四角形ABCDと四角形EFGHは相似な図形です。次の問に答えなさい。



(1) 相似であることを記号を使って表しなさい。

四角形ABCD ＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 四角形ABCDとEFGHの 相似比 を求めなさい。

辺BCに対応する辺 ＿＿＿ の長さの比は　5：10　だから　比をかんたんにする

相似比は $\boxed{}$：$\boxed{}$

↑相似比

(3) 辺GHの長さを求めなさい。

対応する辺の比は等しいから　CD：GH＝1：2

CD＝4　, GH＝x　とすると　$4 : x = 1 : 2$　　$a:b=c:d$　$ad=bc$

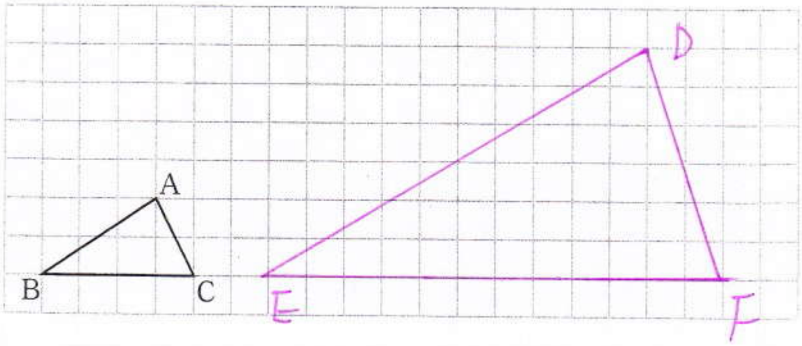
$x = 8$

GH＝8 cm

5章 相似な図形

5-1 相似な図形/三角形の相似条件

下に△ABCの各辺を3倍に拡大した△DEFをかきなさい。



1つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小した図形を相似な図形といい、記号∽を使って表します。

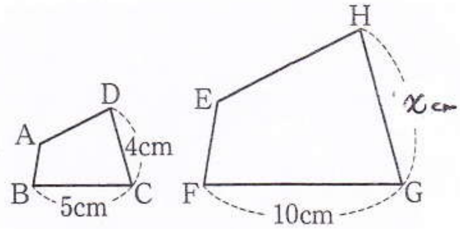
上の図では　△ABC∽△DEF　です。

相似な図形では、対応する線分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

対応する線分の長さの比を相似比という。

◀例1▶

右の四角形ABCDと四角形EFGHは相似な図形です。次の問に答えなさい。



(1) 相似であることを記号を使って表しなさい。

四角形ABCD∽四角形EFGH

(2) 四角形ABCDとEFGHの相似比を求めなさい。

辺BCに対応する辺 FG の長さの比は　5：10　だから　比をかんたんにする

相似比は $\boxed{1}$：$\boxed{2}$

↑相似比

(3) 辺GHの長さを求めなさい。

対応する辺の比は等しいから　CD：GH＝1：2

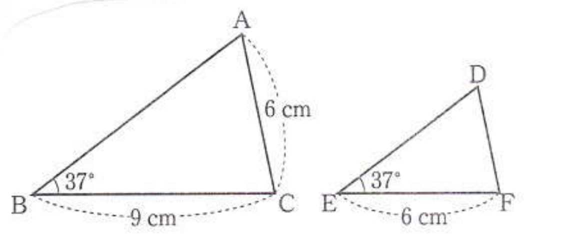
CD＝4　，GH＝x とすると　$4 : x = 1 : 2$

$x = 8$

a：b＝c：d
ad＝bc

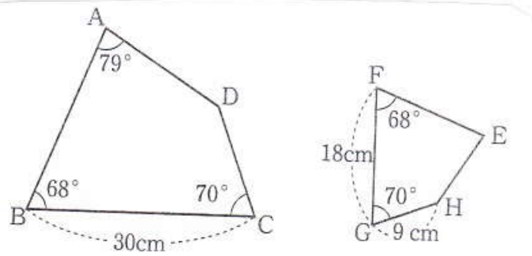
GH＝8 cm

1 右の図で△ABC∽△DEFのとき，
(1) △ABCと△DEFの相似比
(2) 辺DFの長さ　　　　を求めなさい。



2 右の図で四角形ABCD∽四角形EFGHのとき，次の問に答えなさい。
(1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めなさい。
(2) 辺CDの長さを求めなさい。

(3) ∠Hの大きさを求めなさい。

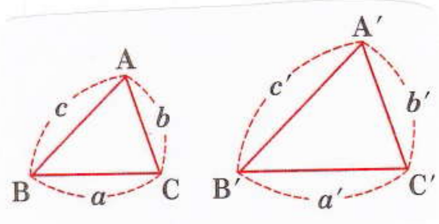


三角形の相似条件

2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき相似である。

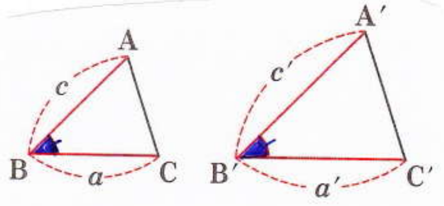
① 3組の辺の比がすべて等しい。

$a:a'=b:b'=c:c'$



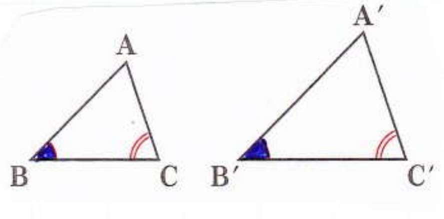
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

$\begin{cases} a:a'=c:c' \\ \angle B=\angle B' \end{cases}$



③ 2組の角がそれぞれ等しい

$\begin{cases} \angle B=\angle B' \\ \angle C=\angle C' \end{cases}$

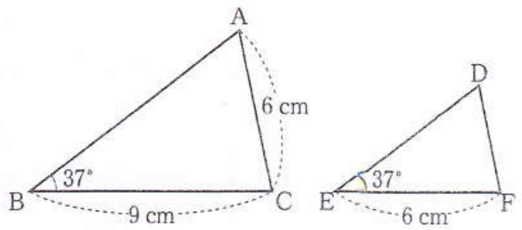


□1 右の図で△ABC∽△DEFのとき，

(1) △ABCと△DEFの相似比　3：2

(2) 辺DFの長さ　　　　を求めなさい。

4cm



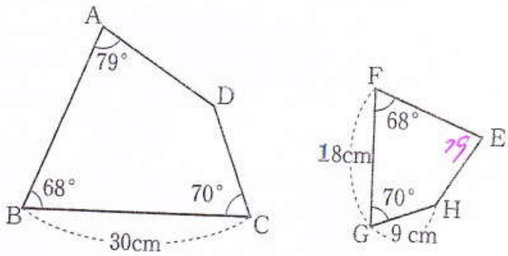
□2 右の図で四角形ABCD∽四角形EFGHのとき，次の問に答えなさい。

(1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めなさい。　30：18＝5：3

(2) 辺CDの長さを求めなさい。

15cm

(3) ∠Hの大きさを求めなさい。　143°

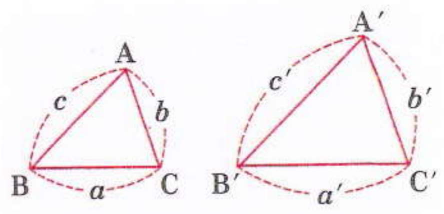


三角形の相似条件

2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき相似である。

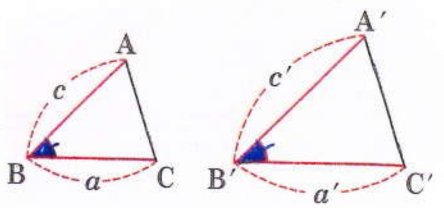
① 3組の辺の比がすべて等しい。

$a:a'=b:b'=c:c'$



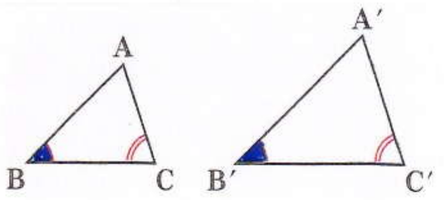
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

$$\begin{cases} a:a'=c:c' \\ \angle B=\angle B' \end{cases}$$



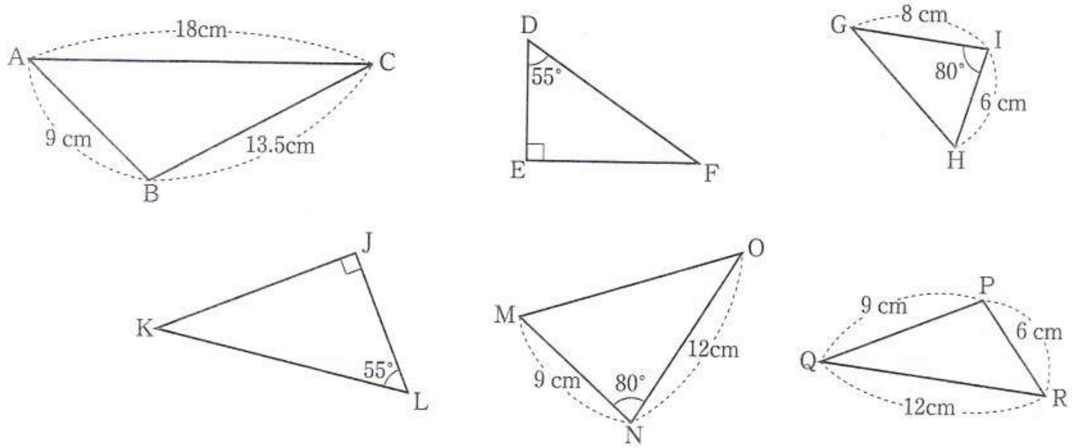
③ 2組の角がそれぞれ等しい

$$\begin{cases} \angle B=\angle B' \\ \angle C=\angle C' \end{cases}$$



3 下の図のなかから，相似な三角形の組を選び出し，記号∽を使って表しなさい。またそのときの相似条件を書きなさい。

対応順に注意しましょう！



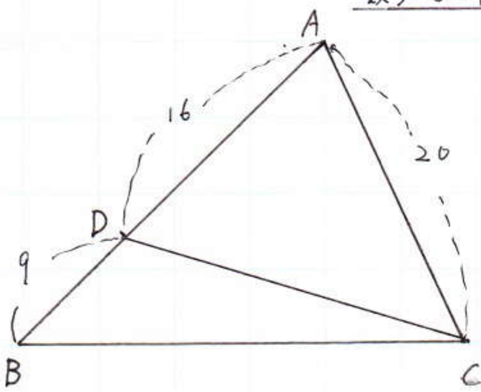
相似条件

△ABC ________ (________)

△DEF ________ (________)

△GHI ________ (________)

4 右の図で △ABC∽△ACD であることを次のように証明した。[ ]にあてはまるものを答えなさい。



△ABC と △ACD において

AB : AC = (16+9) : 20 = [:]

AC : AD = 20 : 16 = [:]

よって　AB : AC = AC : AD ---①

また　∠A は [　　] ---②

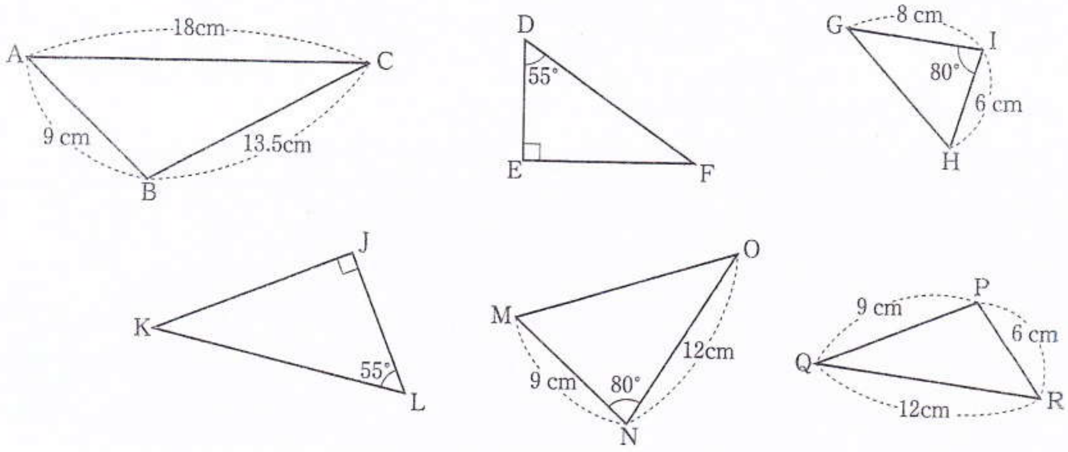
①，② より [　　　　] から

△ABC ∽ △ACD

3 下の図のなかから，相似な三角形の組を選び出し，
記号∽を使って表しなさい．またそのときの相似条件を書きなさい。

対応順に注意しましょう！

数3-5-1 (5)



相似条件

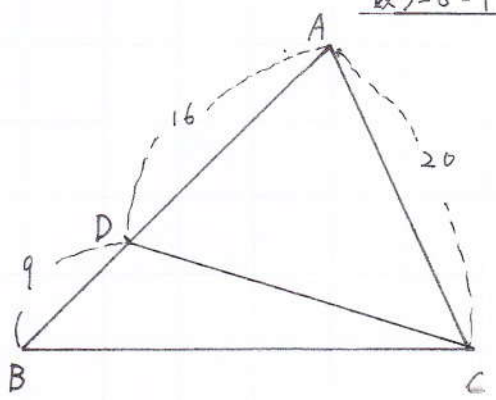
△ABC ∽ △RPQ （ 3組の辺の比がすべて等しい ）

△DEF ∽ △LJK （ 2組の角がそれぞれ等しい ）

△GHI ∽ △OMN （ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ）

数3-5-1 (6)

4 右の図で △ABC∽△ACD であることを
次のように証明した。〔 〕にあてはまる
ものを答えなさい。



△ABC と △ACD において

AB : AC = (16+9) : 20 = 〔5 : 4〕

AC : AD = 20 : 16 = 〔5 : 4〕

よって　AB : AC = AC : AD ---①

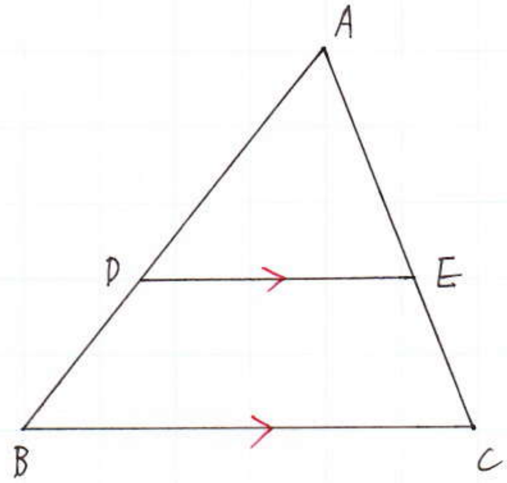
また　∠Aは〔共通〕 ---②

①，②より〔2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい〕から

△ABC ∽ △ACD

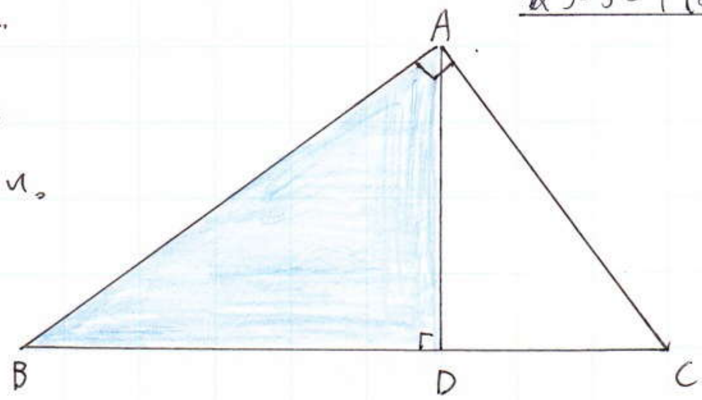
5 右の図で DE//BC のとき
△ABC∽△ADE を証明しなさい。

"平行"から何と何が等しいか?



6 ∠A = 90° である直角三角形ABC で
点Aから辺BCに垂線ADをひきます。

(1) △ABC∽△DBA を証明しなさい。

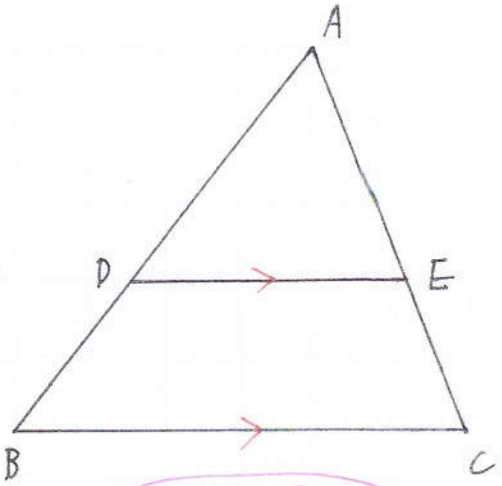


(2) AC = 6cm, AB = 8cm, BC = 10cm のとき BDの長さを求めなさい。

5 右の図で DE // BC のとき
△ABC ∽ △ADE を証明しなさい。

"平行"から何と何が等しいか?

△ABC と △ADE において
DE // BC より 同位角は等しいので
∠ABC = ∠ADE …①
∠A は共通 …②
①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいから
△ABC ∽ △ADE

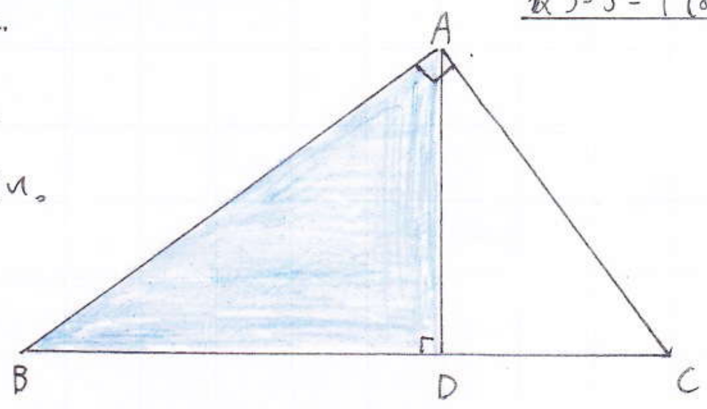


∠C = ∠E でもよい

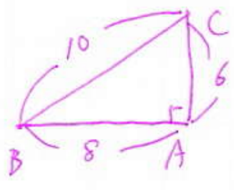
6 ∠A = 90° である直角三角形ABCで
点Aから辺BCに垂線ADをひきます。

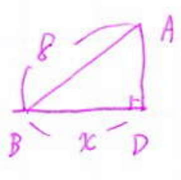
(1) △ABC ∽ △DBA を証明しなさい。

△ABC と △DBA において
∠BAC = ∠BDA = 90°
∠B は共通
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABC ∽ △DBA



(2) AC = 6cm, AB = 8cm, BC = 10cm のとき BDの長さを求めなさい。





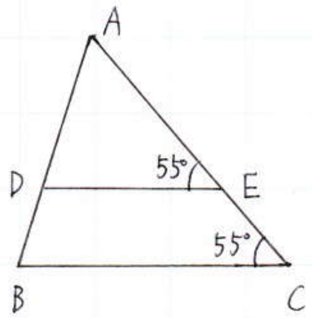
BC : BA = BA : BD
10 : 8 = 8 : x
$x = 6.4$

6.4cm ($\frac{32}{5}$cm)

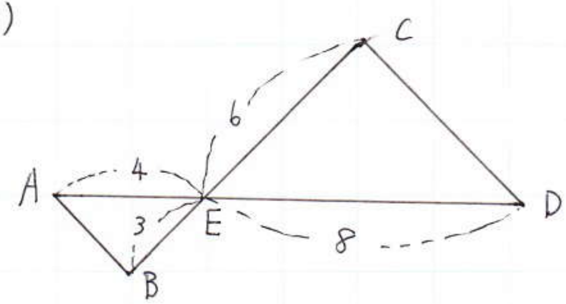
補充問題A

1　下のそれぞれの図で，相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。
また，相似条件も書きなさい。

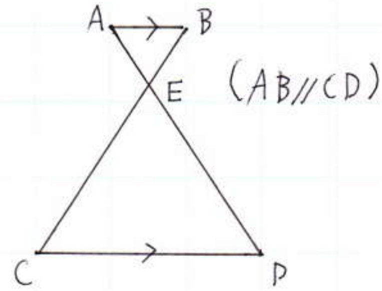
(1)



(2)



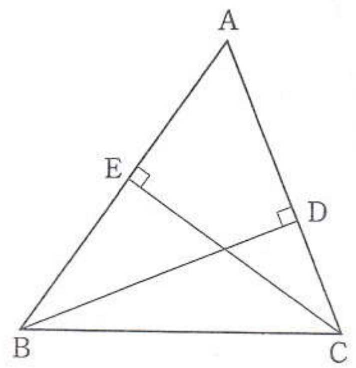
(3)



2　右の図の△ABCで，点B，Cから辺AC，ABにそれぞれ垂線BD，CEをひきます。このとき，

△ABD∽△ACE

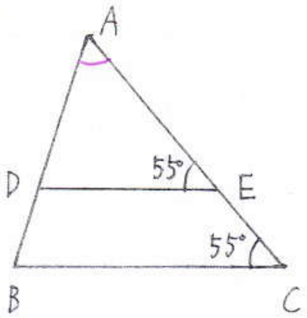
となることを証明しなさい。



補充問題A

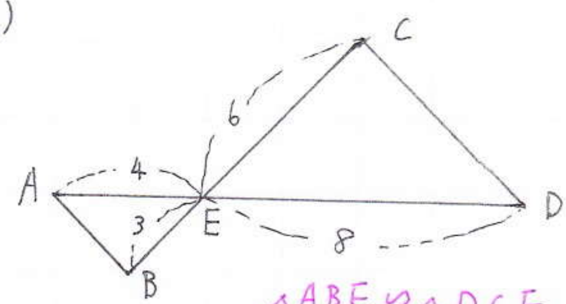
1 下のそれぞれの図で，相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。
また，相似条件も書きなさい。

(1)



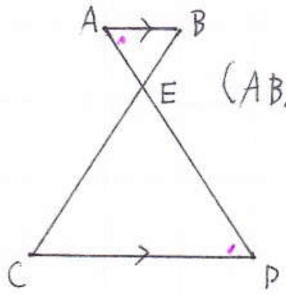
△ABC∽△ADE
(2組の角がそれぞれ等しい)

(2)



△ABE∽△DCE
(2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい)

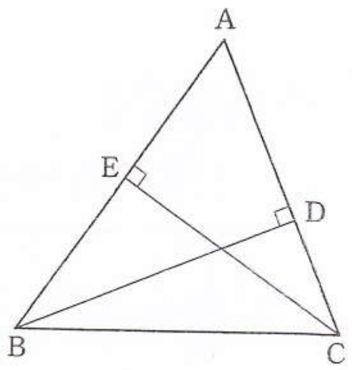
(3)



(AB//CD)

△AEB∽△DEC
(2組の角がそれぞれ等しい)

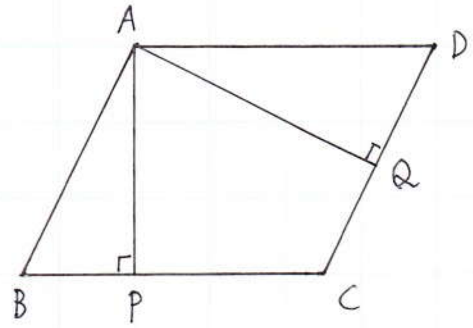
2 右の図の△ABCで，点B，Cから辺AC，ABにそれぞれ垂線BD，CEをひきます。このとき，
△ABD∽△ACE
となることを証明しなさい。



△ABDと△ACEにおいて
∠Aは共通
∠ADB＝∠AEC＝90°
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABD∽△ACE

補充問題B

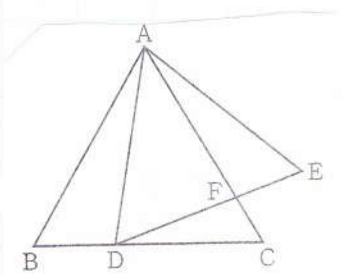
1 右の図の▱ABCDで，頂点Aから，辺BC，CDにそれぞれ垂線AP，AQをひく。次の問に答えなさい。



(1) △ABP ∽ △ADQ を証明しなさい。

(2) AB = 20cm，AD = 24cm，BP = 8cm のとき，DQの長さを求めなさい。

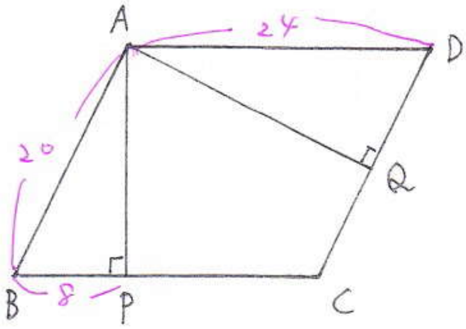
2 右の△ABC，△ADEは正三角形で，点DはBC上にある。次の問に答えなさい。



(1) △ABD ∽ △DCF を証明しなさい。

(2) AB = 12cm，BD = 4cm のとき，AFの長さを求めなさい。

補充問題B



1 右の図の▱ABCDで，頂点Aから，辺BC，CDにそれぞれ垂線AP，AQをひく。次の問に答えなさい。

(1) △ABP ∽ △ADQ を証明しなさい。

△ABPと△ADQにおいて

∠APB = ∠AQD = 90°

∠B = ∠D（対角は等しい）

2組の角がそれぞれ等しいので

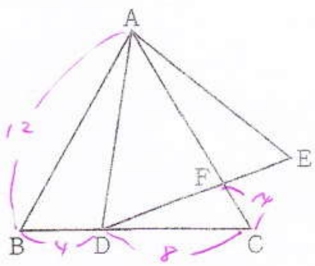
△ABP ∽ △ADQ

(2) AB = 20cm，AD = 24cm，BP = 8cm のとき，DQの長さを求めなさい。

20 : 24 = 8 : x

x = 9.6

9.6cm（$\frac{48}{5}$ cm）



2 右の△ABC，△ADEは正三角形で，点DはBC上にある。次の問に答えなさい。

(1) △ABD ∽ △DCF を証明しなさい。

△ABDと△DCFにおいて

∠ABD = ∠DCF = 60° …①

三角形の内角の和は180°だから

∠BAD = 180° − 60° − ∠ADB

また ∠CDF = 180° − 60° − ∠ADB

したがって ∠BAD = ∠CDF …②

①，②より

2組の角がそれぞれ等しいから

△ABD ∽ △DCF

(2) AB = 12cm，BD = 4cm のとき，AFの長さを求めなさい。

CF = x とする

12 : 8 = 4 : x

$x = \frac{8}{3}$

よって AF = $12 - \frac{8}{3} = \frac{28}{3}$

$\frac{28}{3}$ cm