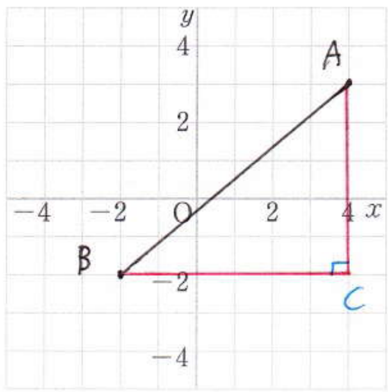
6章 三平方の定理

6-2 三平方の定理の利用

● 2点間の距離

◀例1▶

2点A(4, 3), B(−2, −2)の間の距離を求めなさい。



ABを斜辺とする直角三角形をつくる。(右図)

BC = 4 − (−2) = [　　] x座標の差

AC = 3 − (−2) = [　　] y座標の差

したがって 三平方の定理より

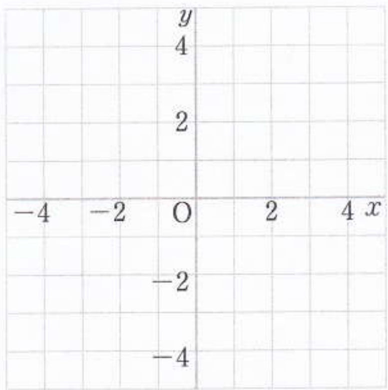
$AB^2 = [\quad]^2 + [\quad]^2$

$AB^2 = 61$

AB > 0 より　$AB = \sqrt{61}$

答 $\sqrt{61}$

1 2点A(3, 2), B(−4, 4)の間の距離を右図を利用して求めなさい。



> 2点間の距離
>
> A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)のとき
>
> $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

2 上の公式を使って 2点A(3, 4), B(−3, −2)の距離を求めなさい。

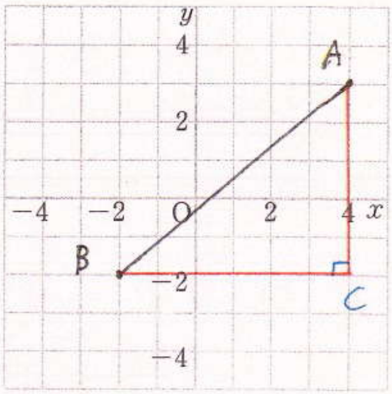
6章 三平方の定理

6-2 三平方の定理の利用

2点間の距離

◀例1▶

2点 $A(4,3)$, $B(-2,-2)$ の間の距離を求めなさい。



ABを斜辺とする直角三角形をつくる。(右図)

$BC = 4-(-2) = [\ 6\ ]$ x座標の差

$AC = 3-(-2) = [\ 5\ ]$ y座標の差

したがって 三平方の定理より

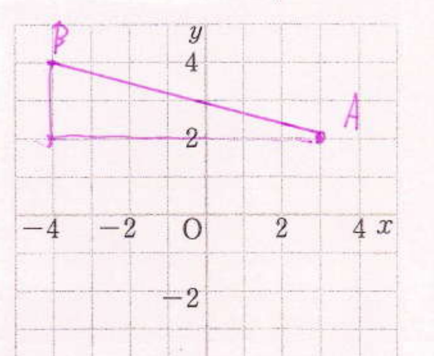
$AB^2 = [\ 6\ ]^2 + [\ 5\ ]^2$

$AB^2 = 61$

$AB > 0$ より $AB = \sqrt{61}$

答 $\sqrt{61}$

1 2点 $A(3,2)$, $B(-4,4)$ の間の距離を右図を利用して求めなさい。



$AB^2 = 7^2 + 2^2$

$AB^2 = 53$

$\sqrt{53}$

2点間の距離

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ のとき

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2 上の公式を使って 2点 $A(3,4)$, $B(-3,-2)$ の距離を求めなさい。

$\sqrt{\{3-(-3)\}^2 + \{4-(-2)\}^2}$

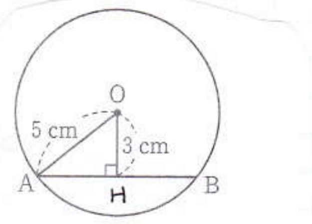
$= \sqrt{6^2 + 6^2}$

$= \sqrt{72}$

$6\sqrt{2}$

◎ 円や球への利用

◀例2▶
右の円Oで，弦ABの長さを求めなさい。



円の性質
・円の中心から弦にひいた垂線は
その弦を2等分する。

AHを求めよう！

△OAHは直角三角形だから　AH$=x$とすると

$x^2+[\quad]^2=5^2$　　弦ABは　$4\times[\quad]=[\quad]$

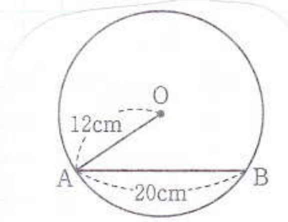
$x^2=16$

$x=\pm4$

$x>0$より　$x=4$

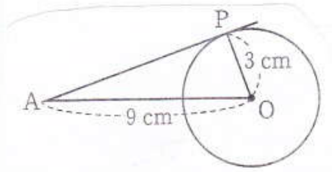
(答) 8cm

3　右の図で，円の中心Oと弦ABとの距離を求めなさい。



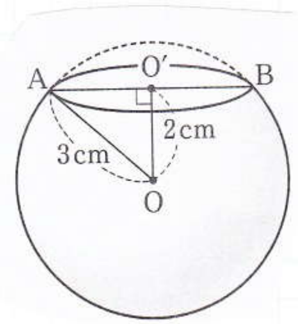
数3-6-2(4)

4　右の図で，APはPを接点とする円Oの接線である。このとき，線分APの長さを求めなさい。



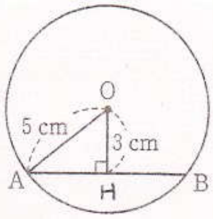
円の性質
・円の接線は，接点を通る半径に垂直である。

5　半径3cmの球を，中心Oとの距離が2cmである平面で切ったとき，その切り口は，O′を中心とする円になった。円O′の半径を求めなさい。



● 円や球への利用

◀例2▶
右の円Oで，弦ABの長さを求めなさい。



円の性質
・円の中心から弦にひいた垂線は
その弦を2等分する.

AHを求めよう！

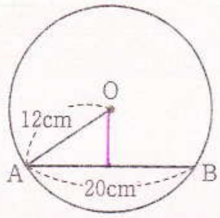
△OAHは直角三角形だから　AH＝xとすると

$x^2+[3]^2=5^2$
$x^2=16$
$x=\pm4$
$x>0$より $x=4$

弦ABは　$4\times[2]=[8]$

(答) 8cm

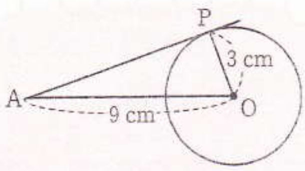
3　右の図で，円の中心Oと弦ABとの距離を求めなさい。



$x^2+10^2=12^2$
$x^2=44$
$x>0$　$x=2\sqrt{11}$

$2\sqrt{11}$ cm

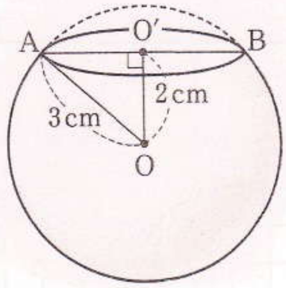
4　右の図で，APはPを接点とする円Oの接線である。このとき，線分APの長さを求めなさい。



円の性質
・円の接線は，接点を通る半径に垂直である.

$6\sqrt{2}$ cm

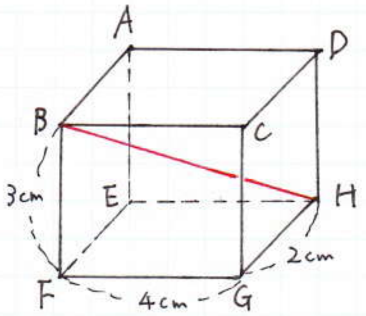
5　半径3cmの球を，中心Oとの距離が2cmである平面で切ったとき，その切り口は，O′を中心とする円になった。円O′の半径を求めなさい。



$\sqrt{5}$ cm

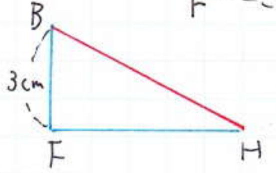
◉ 直方体の対角線

◀例3▶



右の図の直方体で
対角線BHの長さを求めなさい。

底面の対角線FHをひくと
△BFHは直角三角形になる.



FHの長さが分かれば
BHが求められる.

△FGHは直角三角形だから

$$FH^2 = [\quad]^2 + [\quad]^2 \quad \cdots ①$$

△BFHも直角三角形だから

$$BH^2 = FH^2 + 3^2 \quad \cdots ②$$

①を②に代入して

$$BH^2 = [\quad]^2 + [\quad]^2 + 3^2$$

$$BH^2 = 29$$

$BH > 0$ より

$$BH = [\quad]$$

答 $\sqrt{29}$ cm

縦 a, 横 b, 高さ c の直方体の対角線

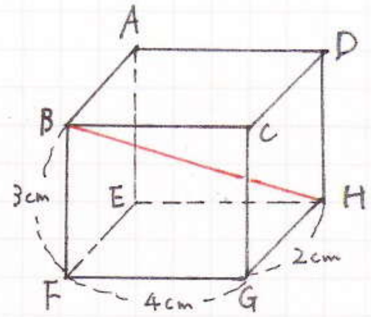
$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

6 縦3cm, 横5cm, 高さ4cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

7 1辺が5cmの立方体の対角線の長さを求めなさい。

直方体の対角線

◀例3▶

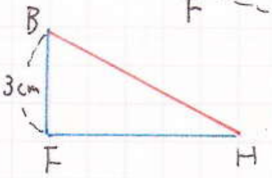


右の図の直方体で

対角線BHの長さを求めなさい。

底面の対角線FHをひくと

△BFHは直角三角形になる.



FHの長さが分かれば
BHが求められる.

△FGHは直角三角形だから

$$FH^2 = [4]^2 + [2]^2 \quad \cdots ①$$

△BFHも直角三角形だから

$$BH^2 = FH^2 + 3^2 \quad \cdots ②$$

①を②に代入して

$$BH^2 = [4]^2 + [2]^2 + 3^2$$

$BH^2 = 29$

$BH > 0$ より

$BH = [\sqrt{29}]$

答 $\sqrt{29}$ cm

縦 a, 横 b, 高さ c の直方体の対角線

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

6 縦3cm, 横5cm, 高さ4cmの直方体の対角線の長さを求めなさい.

$\sqrt{3^2+5^2+4^2}$

$= \sqrt{50}$

$5\sqrt{2}$ cm

7 1辺が5cmの立方体の対角線の長さを求めなさい。

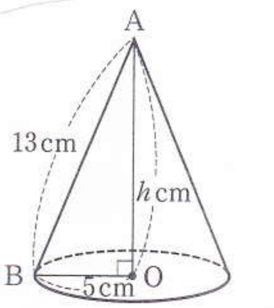
$\sqrt{5^2+5^2+5^2}$

$= \sqrt{75}$

$5\sqrt{3}$ cm

◎ 円錐や角錐の体積

◀例4▶ 底面の半径が5cm，母線の長さが13cmの円錐の体積を求めなさい。



高さを求めるために，右図のように直角三角形ABOを作る。　AO＝h cmとする

$h^2+[\quad]^2=[\quad]^2$

$h^2=144$

h＞0より　$h=[\quad]$

したがって　体積は

$\frac{1}{3}\times[\quad]\times[\quad]=[\quad]$

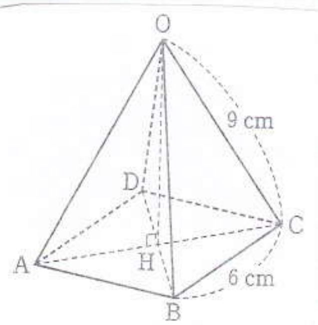
底面積　高さ

円錐，角錐の体積
$\frac{1}{3}\times$(底面積)×高さ

(答)　100π cm³

8　底面の半径3cm，母線の長さが6cmの円錐の体積を求めなさい。

9　右の図のような，底面が1辺6cmの正方形で，他の辺が9cmである正四角錐について，次の問に答えなさい。



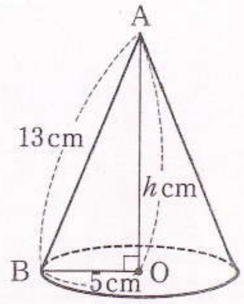
(1) ACの長さを求めなさい。

(2) 高さOHを求めなさい。

(3) この立体の体積を求めなさい。

◎ 円錐や角錐の体積

◀例4▶ 底面の半径が5cm，母線の長さが13cmの円錐の体積を求めなさい。



高さを求めるために，右図のように直角三角形ABOを作る。 AO = h cmとする

$h^2 + [5]^2 = [13]^2$

$h^2 = 144$

h > 0 より

$h = [12]$

円錐，角錐の体積
$\frac{1}{3} \times$（底面積）×高さ

したがって 体積は

$\frac{1}{3} \times \underbrace{[25\pi]}_{\text{底面積}} \times \underbrace{[12]}_{\text{高さ}} = [100\pi]$

（答） 100π cm³

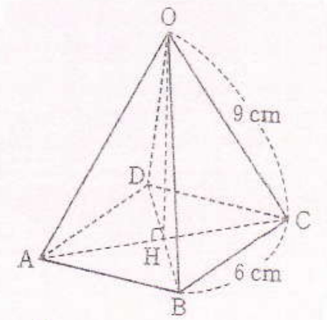
$\boxed{8}$ 底面の半径 3cm，母線の長さが6cmの 円錐の体積を求めなさい。

高さは $3\sqrt{3}$

$\frac{1}{3} \times 9\pi \times 3\sqrt{3}$

$9\sqrt{3}\pi$ cm³

$\boxed{9}$ 右の図のような，底面が1辺6cmの正方形で，他の辺が9cmである正四角錐について，次の問に答えなさい。



(1) ACの長さを求めなさい。

$6\sqrt{2}$ cm

(2) 高さ OHを求めなさい。

$OH^2 + (3\sqrt{2})^2 = 9^2$

$3\sqrt{7}$ cm

(3) この立体の体積を求めなさい。

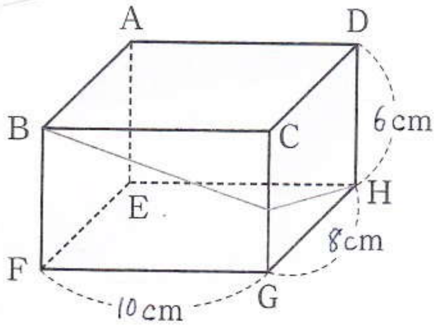
$\frac{1}{3} \times 36 \times 3\sqrt{7}$

$36\sqrt{7}$ cm³

補充問題

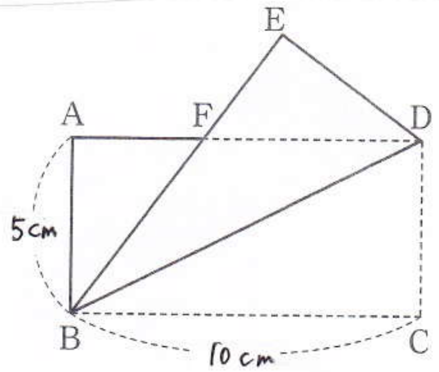
1 右の図の直方体に，点Bから辺CGを通って点Hまで糸をかけます。

かける糸の長さがもっとも短くなるときの糸の長さを求めなさい。

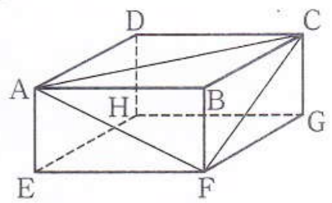


2 縦5cm，横10cmの長方形ABCDの紙を対角線BDを折り目として折ります。

このとき，AFの長さを求めなさい。



3 右の図は $AB=BC=6cm$ ，$BF=3cm$ の直方体です．次の問に答えなさい。



(1) △AFCの3辺の長さをそれぞれ求めなさい。

(2) △AFCの面積を求めなさい。

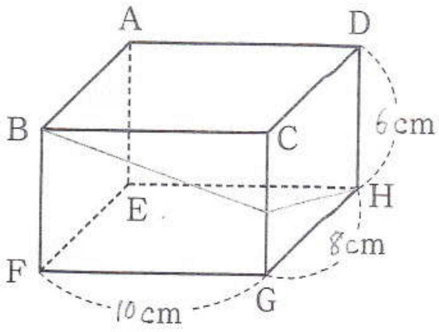
(3) 三角錐ABCFの体積を求めなさい。

(4) 面AFCと頂点Bとの距離を求めなさい。

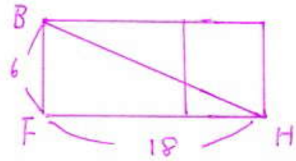
補充問題

1 右の図の直方体に，点Bから辺CGを通って点Hまで糸をかけます。

かける糸の長さがもっとも短くなるときの糸の長さを求めなさい。



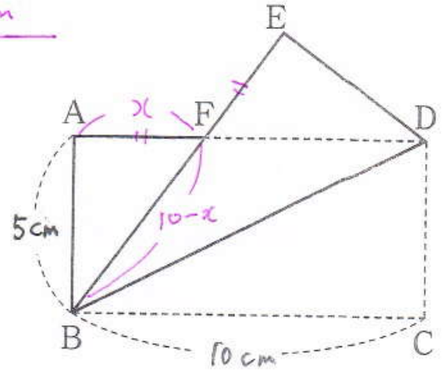
$BH^2 = 6^2 + 18^2$



$10\sqrt{2}$ cm

2 縦5cm，横10cmの長方形ABCDの紙を対角線BDを折り目として折ります。

このとき，AFの長さを求めなさい。

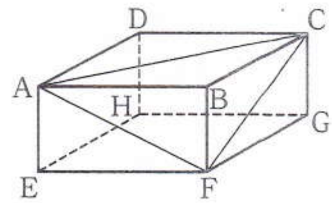


$x^2 + 5^2 = (10-x)^2$

$x = \frac{15}{4}$

$\frac{15}{4}$ (3.75) cm

3 右の図は　AB = BC = 6cm，BF = 3cm の直方体です．次の問に答えなさい。



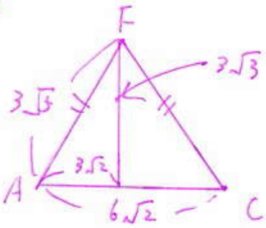
(1) △AFCの3辺の長さをそれぞれ求めなさい。

$AF^2 = 3^2 + 6^2$，$FC^2 = 3^2 + 6^2$，$AC^2 = 6^2 + 6^2$

$AF = 3\sqrt{5}$，$FC = 3\sqrt{5}$，$AC = 6\sqrt{2}$

(2) △AFCの面積を求めなさい。

$6\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{6}$ (cm³)



(3) 三角錐ABCFの体積を求めなさい。

△ABCを底面とみると $\left(6 \times 6 \times \frac{1}{2}\right) \times 3 \times \frac{1}{3} = 18$　　18 cm³

(4) 面AFCと頂点Bとの距離を求めなさい。

hとする

$9\sqrt{6} \times h \times \frac{1}{3} = 18$

$3\sqrt{6}h = 18$

$h = \sqrt{6}$

$\sqrt{6}$ cm